EVCLIDE MEGARENSE PHILOSOPHO,

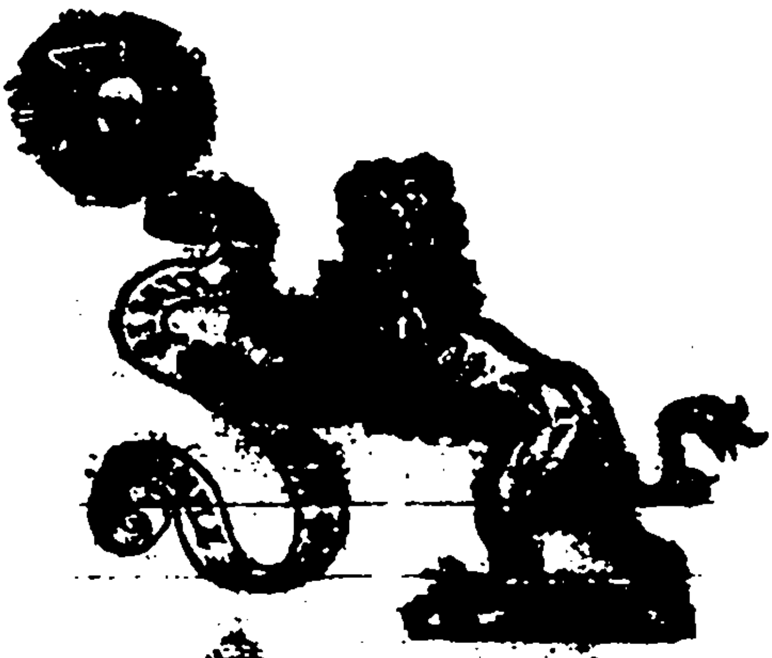
SOLO INTRODVTTORE DELLE SCIENTIE MATHEMATICE.

DILIGENTEMENTE RASSETTATO, ET ALLA integrità ridotto, per il degno professore di tal Scientie Nicolo Tartalea Brisciano.

SECONDO LE DVE TRADOTTIONI.

CON VNA AMPLA ESPOSITIONE dello istesso tradottore di nuovo aggiunta.

TALMENTE CHIARA, CHE OGNI MEDIOCRE ingegno, senza la notitia, over suffragio di alcun'altra scientia con facilità serà capace a poterlo intendere.



IN VENETIA, [illegible]

ALL'ORNATISSIMO D'OGNI VIRTV, IL SIGNOR FRANCESCO LABIA, SIGNOR SVO OSSERVANDISS.

CVRTIO TROIANO S.

PERCHE uediamo honoratiſsimo Signor mio, come la natura ci ha formato la parte interna di tal ſorte, che chi o per naturale uiuacità o per dottrina conoſce le conditioni de gli huomini, ſa molto bene di eſſer tenuto di far piacere all'huomo delqual ſolo ſi uede eſſere corriſpondente nel comunicare i benefici, io che per diuina gratia, ſempre mi ſono compiacciuto di giouare, per le forze mie, al ſtato humano, ho fatto con molta diligenza ſtampare l'Euclide in lingua uolgare, tradotto da Nicolo Tartaglia Briſciano, huomo nelle Mathematice dottrine, tanto eccellente & raro, per ſcientia & pratica, che i dotti di tale arte tengano per fermo lui ſolo hauer inteſo le ſottilità & le oſcure ſententie di Euclide, & anco i ueri fondamenti della Mathematica, ne'quali hanno preſo tant'errore quelli che auanti lui ſi ſono auantati di hauerlo fin dalle radici ottimamente inteſo; ilche ſi uederà nel ſuo comento dottiſsimo. Et uolendo io dedicare una tale dottrina la piu ferma & chiara di tutte le altre arti liberali, a perſona, che per ſue uirtù, bontà d'animo, & ornamenti dell'intelletto la doueſſe hauer cara: uoltandomi per l'animo di molti nobili ingegni a quali ſi potrebbe inuitare, fermai il penſiero in uoſtra Sig. laqual ha moſtrato tanto amoreuole affetto uerſo quaſi ogni ſorte di dottrina, che hauendoſi dato prima alle conſiderationi logicali, dopoi alle ſpeculationi naturali, ha uoluto ancora paſſeggiare per la Theologia, & finalmente s'è redotta alle mathematice come a dottrina certiſsima & chiara, laquale, perche ferma i ſuoi principij in coſe, che da niuno poſſono eſſer negate, ſi dimoſtra d'ogn'altra piu ſcientifica e uera. Et quantunque tali ornamenti di V. Sig. ui fanno degno di maggior laude, di quella ch'io le poſſo dare con la mia dedicatione, nondimeno io non mi ritrarò di inuiarle la mia fatica, perche eſſendole io amoreuoliſsimo ſeruitor, tengo per certo che quella, mirando all'affetto del cor mio, aggrandirà il mio dono, riputandolo aſſai piu di quanto egli ſia in effetto: coſi per uoſtra bontà, il mio libro uenirà ad eſſerui grato, & con queſto caminerà ſecuro ſotto la protettione di Voſtra Sig. laquale, ſe tenerà me in quel conto, che merita l'amor mio uerso di lei, mi darà animo di stampare altre simil cose, tutte utili ad illuminare gli intellet ti humani: si che in tal modo si uenirà a giouare al mondo, & ad illustrare il nome di questo Auttore, la cui dottrina di maniera per se stessa lampeggia, che essendo posta in luce, manderà per l'uniuerso i suoi rag gi tanto chiari, che qualunque letterato ne prenderà una picciola scintilla, gli parerà di uedere un chiaro Sole, che gli illustri l'intelletto a comprender meglio ogn'altra dottrina. Accetterà adunque V. Sig. me con l'opera istessa, laquale mi rendo certo, che sarà gratissima al uostro alto intelletto, si perche essa dottrina si manifesta anco a i sentimenti, come ancora perche Vostra Sig. ne prenda diletto. Et con questo, pregandole ogni felicità, me le ricomando di core.

LETTIONE DE NICOLO TARTALEA BRISCIANO,

SOPRA TVTTA LA OPERA DI EVCLIDE MEGARENSE, ACVTISSIMO MATHEMATICO.

1 TVTTI gli huomini, Magnifici e Preclarissimi Auditori, (come scriue Aristotele nel primo della Methaphisica) naturalmente desiderano di sapere, & nel primo della posteriora cōchiude, che il sapere non è altro, che intendere per demostratione. Platone poi diffinisce la sapientia non esser altro, che una cognitione delle cose diuine & humane: & tutti gli antiqui Philosophi dicono, le parti della sapientia esser due, cioè speculatione, & operatione, ouer Theorica, & Pratica: Et Aristotele nel secondo della Methaphisica dice, che'l fine della speculatione, ouer della scientia speculatiua non è altro, che la uerità, & della operatione, ouer pratica, è l'opera compita: Anchora li detti antiqui inuestigatori delle cose, affermano como si tocca piu la uerità nelle Mathematice discipline, che in qualunque altra scientia ouer arte liberale: Per ilche hanno assolutamente determinato quelle esser nel primo grado di certezza: & pero uediamo (come dice il Cardinal di Cusa) tutti quelli, che gustano di queste discipline, accostarse a quelle con amor mirabile; & questo non è per altro, se non perche in quelle si contiene il uero cibo della uita intellettuale.

2 Queste tali Scientie, ouer discipline sono state tanto intrinsicamēte conosciute da nostri saui antiqui, che da quelli fu determinato, che la prima cosa, che se douesse far imparare a tutti quelli, che si dedicauano alla sapienza, fussено le discipline mathematice (cioè, si come al presente si costuma fare della grammatica.) Et questa determinatione ouer costitutione ferno per tre cause: Prima perche le dette scientie, ouer discipline, approuano l'ingegno dell'huomo, se egli è atto a far frutto nelle altre scientie, o nò: perche tra quelli si costumaua questo prouerbio. Sicut aurum probatur igni, & ingenium Mathematicis: cioè che si come la bontà de l'oro uien conosciuta, & approbata con il fuoco, cosi l'ingegno dell'huomo uien conosciuto & approuato con le Discipline Mathematice. Et pero quando per sorte trouauano alcuno, che di tai scientie non fusse capace, lo leuauano da tal cominciato studio, & lo applicauano ad altro esercitio, perche ~~in effetto comprēdeuano (come dice Vitruuio Polione al pri~~mo capo del suo primo libro) che la dottrina senza lo ingegno, ne lo

ingegno senza la Dottrina, puo fare un perfetto artifice.

3 La seconda causa, perche li nostri antiqui uoleuano che le Mathematice discipline fussèno le prime imparate, è questa, perche alla intelligentia di quelle non ui occorre alcuna altra scientia. La causa è che per se medesime si sostentano, per se medesime si uerificano, per se medesime si approuano, & nō per auttorità, ouer opinione de huomini, come fanno le altre scientie, ma per demostratione.

4 La terza causa è, che conosceuano tutte le altre scientie, arti, ouer discipline, hauer delle Mathematice bisogno, & non solamente le liberali, & sue dependenti; ma anchora tutte le arte Mecanice, come al presente sotto breuità, in parte si farà manifesto.

5 Primamente eglie cosa notta, che per mezzo di queste tai scientie ouer discipline, nelle occorrentie naturali noi conoscemo in materia, la descriptione, qualità, & quantità de ogni figura geometrica, cioe de triangoli, quadrangoli, Penthagoni, Essagoni, Rhombi, & Rhomboidi, & de ogni altra figura piana. Et similmente de ogni corpo solido, si regulare, come irregulare, come sono pyramidi, prisme, ouer seratili, sphere, coni, chilindri ouer colonne, cubi, ottobase, dodici base, uinti base, & altri suoi dependenti, con tutte le sue proprietà & proportioni, come geometricamēte descriue è forma el nostro egregio Authore Euclide in 15. Libri, delliquali 11. sono de geometria, cioe el primo el 2. & el 3. el 4. el 6. el 10. lo 11. lo 12. il 13. il 14. & il 15. Et tre sono di Arithmetica, cioè el 7. lo 8. & il 9. El quinto a tutti questi è comune, ilquale è della proportione & proportionalità, laqual proportione & proportionalità cosi se aspetta al numero, come alla misura.

6 Certa cosa è anchora, che queste tai scientie, ouer Discipliue mathematice sono nutrice, & matre delli musici: Impero che con li numeri & sue proprietà proportione & proportionalità noi conosciamo la proportione dupla, che da pratici è detta ottaua, esser composta d'una sesquitertia & de una sesquialtera: & similmente sapiamo la sesquitertia esser composta de duoi toni, & de un semiton menore, & la sesquialtera esser composta de tre toni & de un semiton menore, per il che si manifesta la detta dupla, ouer ottaua esser composta de cinque toni & de duoi semitoni menori, cioè meno una coma de sei toni, & similmente sapiamo el tono esser piu di otto come & men di 9. Anchora per uigor di queste tai discipline sapiamo esser impossibile a diuidere il detto tono, & ogni altra superparticolare rationabilmente in due parti equale, ilche dimostra il nostro Euclide, nella ottaua propositione del ottauo libro.

7 Piu oltra, non per altra causa alli presenti tempi è penuria de boni & eccellenti Astronomi, che per diffetto delle antedette discipline,

ne, perche di ben intendere l'Almagesto di Ptolomeo, & similmente Giouan de monte Reggio senza le Euclidiane Istruttioni, niun certo si puo auantare: & quantunque si lega nel ecclesiastico al primo Capitolo. Altitudinem cœli, & latitudinem terræ, & profundũ abissi quis dimensus est? Nondimeno tanta è la uirtu di queste scientie, ouer discipline, che per mezzo delle proportioni, non solamente li nostri antiqui hanno conosciuto quanta sia la rotondità di tutta la terra, & quanto sia el Diametro suo & similmente delli altri elementi: ma anchora hanno conosciuto la grandezza del Sole, & della Luna, delle stelle, si fisse come erratice, & la conuersatione del loro Cielo, come dimostra Ptolomeo nel Almagesto, & Alphonso nelle sue Tauole.

8 Queste medesime scientie ouer discipline, danno la uia all'arte giudiciaria, detta astrologia, & similmente alla Pyromantia, Hydromantia, Geomantia, Nicromantia, & altri sorti legi, come scriue Isidoro, & Cieco Dascoli, & similmente, Cornelio Agrippa nel secondo di Occulta Philosophia.

9 Che diremo della Geographia? Non ci dimostra Ptolomeo & tutti gli altri eccellentissimi Geographi, quanto li sia necessario el numero, la misura, la proportione, & proportionalità. Quando che di tutto l'uniuerso debitamente proportionando li gradi della lor longhezza & larghezza, in una picol carta, tutte le famose prouincie, città, castelli, monti, fiumi, isole, peninsule, & altri siti maritimi, & meditertanei ci hanno ridotto.

10 Quanto che queste siano necessarie alla Corographia, cioè al modo di mettere rettamente in disegno un particolar sito, ouer paese, & similmente la pianta de una citta lo habbiamo dimostrato nel quinto libro delli nostri quesiti, & inuention diuerse.

11 Anchora considerando bene, e studiando la scientia Perspettiua, senza dubbio si trouarà, che nulla sarebbe, se la Geometria, come madre sua, non se gli accomodasse. Questo non solamente ci uerifica el nostro Euclide, nella sua Specularia & Perspettiua, & similmente lo Arciuescouo Giouanne Cantuariense: Ma piu abondantemente Viteleone, quel gran Perspettiuo, ilquale ogni sua propositione approua & dimostra con le Euclidiane propositioni.

12 Che queste tai scientie ouer Discipline siano necessarie all'arte Pittoria, non uoglio star a prouarlo particularmente, perche mi basta che Alberto duro alli tempi nostri Pittor eccellentissimo, nella opera sua non solamente lo confessa & affirma: ma ancora attualmente lo dimostra al senso.

13 Quanto queste siano opportune all'arte horologica, cioè alla cõpositione, descritione, ouer costruttione delli horologij, si horizon-

tali come murali. Sebastiano Mustero non solamente in Pratica, ma in Theorica lo fa manifesto.

14 Da queste medesime discipline germoglia, & nasce la scientia de Pesi, come apertamente dimostra Giordano in quello de Ponderibus, il che medesimamente retificamo & approuiamo nel quinto libro delli nostri quesiti & inuentioni diuerse, con laqual scientia Aristotile nelle sue questioni Mecanice assegna la causa di ogni ingenio sa mecanica inuentione.

15 Tanto è generale la uirtu, ouer potentia di queste tai discipline piene di certezza, che Archimede Siracusano per lo studio di quelle, con suoi mecanici ingegni difese un tempo la citta di Siracusa contra l'impetto di Marco Marcello Consule Romano, per ilche acquistò il nome della immortalità.

16 Per mezzo di queste si fanno uarij & diuersi modelli, fabricansi pōti quasi alla natura imposibile.

17 Anchora se con lo intelletto ben considranno & guardanno tutte le sorte de antique & moderne machine, & istromenti belici si offensiui come diffensiui, come sono bastioni, repari, bricole, trabocchi, catapulce, scorpioni, baliste, ariete, testudine, helepoli, (come dimostra Vetruuio nel decimo.) Et similmente Vegetio, Valturio, & Lion Battista delli Alberti, sempre con forza de numeri & misure le loro proportioni si trouano formate & fabricate.

18 Delle noue inuentioni per noi tronate, sopra el tirar delle moderne machine tormentarie, dette dal uulgo artegliarie, non uoglio replicarlo per hauerlo altroue detto & in parte publicato: Basta solamente a dire, che per consiglio di queste, senza alcuna sperienza ne pratica in tal esercitio la maggior parte ritrouai.

19 Similmente per uirtu di queste habbiamo ancor trouato di mandar a essecutione tutti quei modi (recitati da Vegetio, & da Frontino Valturio,) che usauano li nostri antiqui nell'ordinare gli eserciti in battaglia sotto uarie & diuerse forme, cioè in forma quadra di gēte, ouer di terreno, & similmente el modo di formar, el cuneo, la forfice, la sega, el rhumbo, la forma circulare e la lunare, lequal cose alli presenti tempi quasi in tutto sono perdute.

20 Di quanto aiuto et subsidio sian le dette discipline alla Architettura, Vitruuio Polione nel suo Proemio lo fa manifesto.

21 Queste tai scientie, ouer discipline non solamente acuissено l'ingegno del huomo, & lo fanno atto a poter con facilità penetrare in qual si uoglia altra scientia: Ma anchora lo preparano a poter agilmente discorrere ouer caminare di lōgo alla sapientia: Anzi che Boetio Seuerino uol che queste tai sciētie, ouer discipline siano le proprie uie di ascendere a quella, & finalmente conchiude senza queste

tai

tai scientie ouero discipline esser impossibile di potere rettamente filosofare.

22 Questo medesimo uienne a essere stato retificato con li effetti da quel Platone padre e maestro de Philosophi, elquale non uoleua che alcun scholaro intrasse nella sua schola, ouer studio, se non era prima in Geometria ben isperto.

23 Et pero non è da marauigliarsi, se molti passi nella Phisica, Metha phisica, & Posteriora de Aristotele, & similmente in quel de Celo & mundo paiono oscuri, & difficili alli nostri moderni, che la maggior parte non procede da altro, che per non sapere le predette discipline.

24 Queste medesime danno l'essere alla Pratica speculatiua di Algebra, & Almucabala, uolgarmente detta la Regola della cosa ouer arte Magna, e queste, non solamente Maumeth figliuolo de Moise Arabo (gia di tal scientia primo inuentore.) Ma anchora frate Luca dal Borgo, Michel Stifelio, e Leonardo Pisano Geometricamente lo fanno manifesto.

25 Essendo un giorno interrogato il diuino Platone, perche causa lo huomo fra el genere de gli animali era chiamato animal rationale, & tutti li altri erano detti irrationali & brutti, lui rispose perche lo huomo sa numerare & le bestie non. Se adunque cosi minima parte di tai discipline (che è il numerare) per esser comune a tutti, ne fa differenti da gli animali brutti, & ne preuileggia di questo nome rationale; Eglie adunque cosa chiara che quanto maggior parte appren- diamo di quelle, tanto piu saremo rationali, & lontani dalli irrationali.

26 Da queste medesime discipline se raccoglie & prende (dico inauedutamente) parte della Dialettica, cioè la prattica & il modo di sapere argomentare nel disputar le cose, & a confutare lo auersario, & conchiudere il proposito per uarie & diuerse uie, come che procedēdo in quelle si farà manifesto.

27 Piu forte Bartolo da Sassoferrato (famoso legista) nella sua Tyberina sue figure geometrice usando, non solamente ne manifesta lui essere stato nelle Mathematice ottimamēte instrutto & coroborato, ma anchora ne aduertisse la geometria esser necessaria in iure.

28 Che diremo della guida & scorta di nostra salute sacra Theologia: Non dimostra il Reuerendissimo Cardinal Nicolo di Cusa nella penultima parte de l'opera sua, senza la geometria non potersi a gli intelletti nostri communicare, laqual parte è intitolata Complementum theologicum figuratum in Complementis Mathematicis.

29 Ma egliè di tanta necessità questa geometrica disciplina & scientia, che non solamente noi huomini mortali nelle nostre cose commensurabili usamo quella, come piu uolte è stato detto; ma anchora il

ta il magno Iddio, ilquale è misura di tutte le cose, in formar le parti del corpo humano, non si gouerna senza quella, con laquale, ancho ra questi Compositori de imagini, & Pittori eccellenti si conformano, ad ogni membro usando el suo compasso: per ilche anchora li peritissimi Architetti, come ci manifesta Vetruuio Polione al primo cap. del suo terzo lib. Cercano con ogni diligentia di proportionare le case & altri suoi publici & priuati edifici alla similitudine del detto corpo humano, per esser quello, come è detto, dal sommo Architettore con debite misure fabricato.

30 Finalmente si conosce anchora la nobilità, eccellentia & altezza di queste discipline, per la gran fama & nome di quelli, iquali hanno dato opera ad essornare & studiare dette sciētie, come furno Mercurio Termegisto philosopho sacerdote & Re d'Egitto, similmente Pytagora, Platone, Plotino, Aristotele, Auerois, Hypocrates, el nostro Euclides, Ptolomeo, Archimede syracusano, Apollonio Pergeo, Iordano, Vitruuio Architetto. Et molti altri, iquali per breuità lasso, per non ui tenir in tempo, basta in conclusione, che non si trouarà alcuno che sia stato di gran nome & fama in alcuna facultà senza le Mathematice.

31 Queste poche parole ho uoluto preponere in questo nostro principio, accioche uoi conosciate che la presente dottrina non è cosa uile, ne mecanica, ne da essere spreciata, ma dignissima & da esser apprecciata da ogn'uno, senza la quale ogni altra scientia è imperfetta, & cosi per oggi faremo fine, dimane poi cominciaremo a dechiarire alcuni termini alla materia nostra pertinenti.

32 Finalmente accio che non para che io sia ingrato della benignissima attione & audientia, che per uostra humanità me haueti prestata. Vi rendo infinite gratie.

SECONDA LETTIONE.

1 ESSENDO il proposito nostro Magnifici & Eccellentissimi auditori, di uoler dar principio a isponere, ouer dechiarare quelle scientie, arti ouer discipline, che da Greci sono dette Mathematice, che in nostra lingua non uol dir altro che scientie, ouer arti dottrinabile; per procedere regolatamente, prima diffiniremo quale, & quante siano queste tai scientie, ouer discipline, & qual sia il loro proprio sogetto: Et da poi questo, distingueremo le specie di cadauna di quelle, & li suoi termini principali.

2 Le scientie Arti, ouer Discipline Mathematice, secondo il uulgo sono molte, cioè Arithmetica, Geometria, Musica, Astronomia, Astrologia, la Cosmographia, la Corographia, la Perspettiua, la Specularia,

cularia, la ſcientia di Peſi, la Architettura & molte altre: Ma Bouetio Seuerino, & Giorgio Valla tolendo tal opinione da alcuni Greci uogliono, che le dette diſcipline Mathematice ſiano ſolamẽte quatro, cioè Arithmetica, Geometria, Muſica, & Aſtronomia, & che tutte le altre ſiano ſubalternate, cioè dependenti dalle dette quattro: Ma Fra Luca dal Borgo ſan ſepulchro, uuole che le dette diſcipline Mathematice ſiano oueramente cinque (aggiongendo alle predette quattro la Perſpettiua) oueramente tre, iſcludendo dalle predette quattro la Muſica: & per ſoſtentare tal ſua opinione, aduce ragioni & argumenti aſſai, liquali per non eſſer coſa de importantia la ſciaremo da banda. Nientedimeno il Reuerend. Sig. Pietro de Aliaco Cardinale, nella prima queſtione ſopra Giouanne di Sacrobuſto, conchiude, la Muſica, & la Aſtronomia, & ſimilmente la Perſpettiua non eſſer pure Mathematice (come è il uero) ma medie fra le mathematice, & la ſcientia naturale: Per ilche ſeguita ſolamente la Arithmetica, & la Geometria eſſer le pure Mathematice, & tutte l'altre eſſer medie, ouer dependenti, & miſte delle Mathematice diſcipline & della ſcientia naturale, eccettuando la Strologia giudiciaria, laqual egli conchiude eſſer pura naturale, in quanto alla ſua eſſentia.

3 Concluderemo adunque che ſolamente la Arithmetica, & la Geometria, delle quali ſpeculatiuamente tratta el noſtro Euclide, ſiano le pure diſcipline Mathematice.

4 Et perche il primo libro del detto noſtro Authore, come fu detto hieri, è di geometria, il ſugetto della quale geometria è la quantità continua, le ſpecie della qual quantità continua, ſecondo el logico ſono cinque, cioè, linea, ſuperficie, corpo, luogo, & tempo. Ma ſecondo il mathematico ſono ſolamente tre cioè linea, ſuperficie, & corpo. Et perche il piu puro & principal termine di queſte tai ſpecie de quantità è il ponto, pero conuenientemente il noſtro Authore ne diffiniſſe quello nella ſua prima diffinitione. Dicendo.

5 Punctus eſt cuius pars non eſt. Cioè il ponto è quello, la parte del quale non è, cioe che non ſi troua parte di quello, che in ſoſtantia nõ uol inferire altro, ſaluo che il ponto è quello, che non ha parte alcuna, cioè che di quello non ſi potria tuore ne dar ne trouare ne anchora imaginare la mità, cioè, che non ſe potria tuor ne dar ne trouar ne imaginar un mezzo ponto, & non potendo tuor ne dar un mezzo põto, meno potremo tuor ne dare un mezzo terzo, ne un mezzo quarto, ne alcuna altra parte ſimile a quello, per laqual diffinitione ne dinotta il detto ponto eſſer indiuiſibile, & conſequentemente non eſſer quantità, perche ogni quantità cõtinua è diuiſibile in infinito,

6 Alcuno potrebbe dire, per tutto quello che tu me hai detto fin a queſta hora, io non ſo ne intendo che coſa ſia queſto punto.

Et io

7 Et io rispondo, che cadauno de uoi per natural istinto sa che cosa egliè, & che sia il uero, lo farò confessare a uoi medesimi. Essempli gratia.

8 Se io adimando a qual si uoglia di uoi, come se chiama la istremità di questo ago ouer gucchia, senza dubbio cadauno di uoi dirà che se chiama ponta, se ui adimandarò perche ragione se chiamela cosi ponta, uoi me risponderesti, perche è cosi sutilmente appõtita, & che ua cosi a terminare in niente: se adunque tal termine sarà niente, el non receuerà diuisione, cioè chel non si potra diuidere in due ne in piu parti, & pero non haueria parte alcuna & non hauendo parte per la diffinitione del nostro Euclide saria un punto, & questa è la ragione che uoi la chiamati ponta, adunque egliè tempo assai che uoi sapeti che cosa è ponto.

9 Questo tal ponto nelle operationi geometrice si intẽde & piglia per ogni picol segno fatto uoluntariamente ouer a caso con qualche stiletto apontito in qualche spacio, come saria a questo modo) ouerramente con qualche materia colorata, come saria a dire con la ponta de la penna in qualche foglio di carta a questo modo. Ouceramẽte con qualche altro material colore, come saria con questo gesso. a questo modo.

10 Alcun potria dire, questo tal ponto artificialmente fatto, non hauer alcuna conuenientia con quello, che diffinisse lo Authore, atteso che lo operante geometrico mai non lo puo costituire ne segnar talmente picolo, che non possa esser sempre piu picolo, ouer che non sia sempre diuisibile appresso all'intelletto.

11 Considerando fra me medesimo Magnifici & Pleclarissimi Auditori qualmente alcuni delle nobiltà uostre hanno appresso di se l'opera del nostro Euclide secondo la prima tradutione dal Campano, & alcuni altri secondo la seconda, fatta da Bartholameo Zamberto Veneto (che uiue anchora.) Alcuni altri secondo la stampa di Parise, ouer d'Alemagna, nellaquale hanno incluso le predette ambedue tradutioni, ma per un certo modo qual è piu presto atto a generare confusione in cadauno studẽte, che altramente, (come nel nostro processo faremo chiaramente conoscere,) & alcuni altri l'hanno secondo la nostra traduttione fatta in uolgare, & accio che per tal uariatione alcun dipoi non resti confuso, ne ha parso di uolere sotto breuità repettere tutta la lettione de hieri secondo cadauna de dette tradutione, acciochè si ueda la differentia che sia da l'una a l'altra, & la qual cosa non sarà inutile alli giouani principianti: da poi questo se dichiarirà anchora, almeno le due altre seguenti diffinitioni.

EVCLIDE MEGARENSE ACVTISSIMO PHILOSOPHO, ET PERSPICACISSIMO MATHEMATICO,

LIBRO PRIMO.

NICOLO TARTALEA TRADOTTORE.

PER Intelligentia delle cose che seguitano è da notare, qualmente, egliè costume (anzi è debito) di ciascheduno che voglia trattar di qualche scientia, ouero disciplina, diffinire primieramente il soggetto di quella tal scientia, ouero disciplina con tutti li suoi occorrenti termini. Et perche la Geometria è una scientia, ouero disciplina contemplatiua, la descrittione delle figure, ouero forme della quantità continua immobile, detta magnitudine, Perilche il soggetto generale di detta Geometria uerria ad essere la detta magnitudine immobile: le specie dellaquale sono tre, cioè, Linea, Superficie, e Corpo. Et perche queste specie sono comprese, & speculate sotto a uarij, & diuersi termini, & figure, denominate per diuersi nomi; per tanto l'Autthore, inanzi che dia alcuna propositione, ci ha uogliuto ordinariamente diffinir tutte quelle cose di che si ha a trattar in questo primo Libro, come di sotto il tutto chiaro si potrà uedere.

DIFFINITIONE PRIMA.

1/1 IL Ponto è quello, che non ha parte.

IL TRADOTTORE.

IN QVESTA prima diffinitione l'Autthor ci diffinisce il principio della quantità continua (che è il ponto) & dice, che il ponto è quello, che non ha parte alcuna, cioè, quello delquale non si puo tuoglier, ne trouar, ne anchora imaginar la mettade, ouer il terzo, o uer il quarto, ne alcuna altra parte simile: Perlaqual diffinitione ci dinota, il detto ponto non esser alcuna quantità: ma solamente, esser un semplice termine fatto dalla natura, ouero dall'arte, ouer a caso, ouer con la mente imaginato, dinotante il principio ouer il mezzo, ouero il fine di alcuna quantità, o ueramente qualche altra conditionata parte d'una linea, ouer qualche effetto accadente in una, ouero piu linee, o altre quantità: come nelle cose che seguitano si uederà palese. Et questo tal ponto (nelle operationi Geometrice) se intende, & piglia per ogni piccolo segno fatto uolontariamente, ouero a caso con qualche stilo pontito,

ouero

ouero dipinto con qualche materia colorata, in qualche spatio: come per esempio hauemo di scritto, ouer signato in margine. Ma perche alcuno potria arguir, & dire, tal sorte di ponto (artificialmente fatto dall'operante) non hauer alcuna conuenientia con quello che diffinisce l'Autthore: attento che l'operante non mai il puo constituire, ne segnar, talmente piccolo, che'l non possa esser sempre piu piccolo, ouer che'l non sia sempre diuisibile appresso all'intelletto, & per tal causa non esser di alcuna consideratione appresso l'Autthore, per esser in tutto al contrario della sua diffinitione: Onde per risoluer questo dubbio, rispondo (come habbiamo detto nel principio del prohemio) che tutte le operationi, e construttioni fatte dall'operãte in materia, cioè, in carta, ouer in terra, ouer in qual si uoglia altra materia, mai posson' esser cosi uere, e precise che nõ possano esser piu uere, e piu precise: Et se ben il mathematico cõsidera & guarda con l'occhio sensibile le cose congionte con la materia, secondo l'esser suo, tamen secõdo la ragione sempre li considera, & guarda con la mente astratta da quella materia, doue sono, secondo che sono simplicemente in se, cioè, secondo l'intention dell'operante, e non secondo l'opra: e l'intẽtion dell'operante, Geometrico è sempre di far le cose che cõstruisse in materia, a tutto suo puoter, secõdo che son semplicemente in se; à benche non mai le fa cosi precise: facendo adonque un ponto, con intention di farlo secondo che è semplicemente in se, cioè, indiuisibile: seguita, quel tal ponto (tolto secondo l'intention del operante) esser indiuisibile. Il medesimo in sostantia afferma Arist. nel. 6. della meth. qual dice, che la scientia mathematica nõ considra le cose congionte con la materia, secondo l'esser suo: ma separate da quella secondo la ragione: e che la scientia naturale le considra con la detta materia all'un e l'altro modo, cioè, secondo l'esser e secondo la ragione: perilche seguita che considerando il detto ponto secondo l'esser e secondo la ragione, per tanto quanto è realmente quel material color negro dipinto nel margine di questo foglio di carta, tal cõsideration serà naturale, e tal ponto secondo questa consideration non si puo negar che non sia diuisibile in infinito. Ma considerandolo cõ la mente separato da quella materia sensibile, secondo la ragione, cioè, secondo la diffinitione, tal consideratione serà mathematica, e secõdo quella serà indiuisibile: si che il naturale è differente dal mathematico in questo, che egli considera le cose uestite, il mathematico nude d'ogni materia sensibile.

Ponto. ·

Comparatione del Ponto.

IL ponto in Geometria, è simile alla unità nella Arithmetica: laqual è principio del numero, & non è numero: Similmente è simile al suono nella Musica (come afferma Franchin di Gaffori nel. 2. capitolo del suo primo libro: similmẽte e simile allo istante nel tempo, ouer nel moto (come ci manifesta Aristotele nel. 6. della Physica, testo. 24.) E forsi che non seria fuor di proposito a dir che il detto ponto fusse simile alla materia prima, nelli principij delle cose naturale. Anchora si puo dir che'l ponto sia simil alla lettera consonante in Grammatica, perche in uero quella non è uoce, & è principio della uoce. Vero è che alcuni Gramatici dicon esser una uoce induiidua: ma questi tali (secondo il mio parere) se ingannano: perche ogni uoce è diuisibile in infinito: La region è questa, che ogni uoce è proferta in tempo, & è misurata

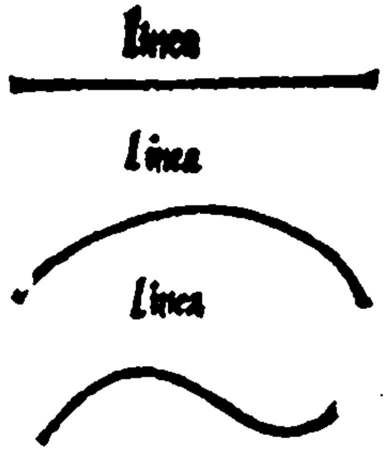
misurata da quello: & ogni tempo è diuisibile in infinito (per esser specie del continuo) adonque ogni uoce è diuisibile in infinito: perche, se la misura è diuisibile in infinito (per commune scientia,) seguita che la cosa misurata sia medesimamente diuisibile in infinito. E però non si puo dire, che alcuna uoce sia indiuisibile, si come non si puo dir, che il ponto sia una quantita continua indiuisibile, perche feria contradittione. Si uede adonque che il ponto ha similitudine con tutte le cose: immo ha gran similitudine con Iddio: & per questa causa li Sapienti hanno attribuito questo nome põto. a esso Iddio, come nelli suoi settanta duoi nomi manifestamente appare. Questo ponto nella seconda tradottione è detto segno: ma perche questo nome ponto è piu commune, & piu frequentato, fra li Latini e uolgari che segno, Ponto e non segno, m'è parso chiamarlo. Questo medesimo stile ho usato nelle altre diffinitioni, etiam nelle propositioni: perche non mi è parso de imitare, gli Alemani, liquali hanno stãpato una propositione della prima tradottione de uerbo ad uerbum precisamente come sta co'l suo commento. Et consequentemente a quella una della seconda tradottione; pur de uerbo ad uerbum come sta co'l suo commento: laqual mistione non è altro, che una confusione alli studenti: & massime, doue le propositioni sono diuerse in conclusione: Anzi ho osseruato questo, che tutte quelle propositioni che sono simili in conclusione (in l'una & l'altra tradottione: siano doue si uogliano) quantunque nel dire, ouer nel proferir gli sia qualche differentia (come è stato del põto) ne ho formato una sola propositione in uolgare: formando la maggior parte de testi uolgari sopra quella, che ha uocaboli piu communi, cioè, sopra la prima: E questo medesimo ordine ho tenuto nelli suoi commenti ouero espositioni: perche, in uero la prima tradottione, si nelli testi come nelli commenti usa generalmente uoccaboli piu communi & piu usitati, che la seconda: uero è che la seconda pur in molti testi parla piu correttamente, che la prima, come procedendo in molti luoghi si uedra palese: & massime, nel decimo.

Diffinitione 2.

2 La linea è una longhezza senza larghezza: li termini dellaquale sono
2 duoi ponti.

Il Tradottore.

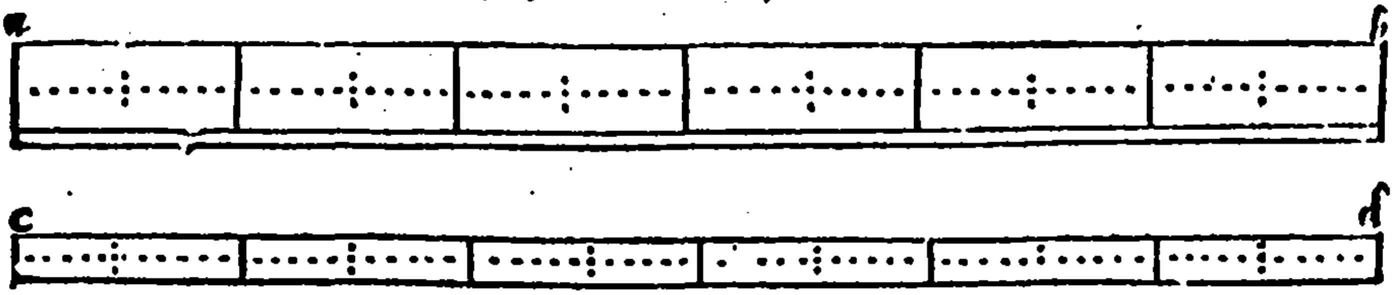
In questa diffinitione l'Autthore ci diffinisce la prima specie della quantità continua (che è la linea.) Et dice che la linea è una longhezza, senza alcuna larghezza: & che li termini di quella sono duoi ponti, (essendo pero intesa terminata:) perche, sono molte linee, che non son terminate, com'è la circonferẽtia di un cerchio, & altre simili. Ma bisogna notare, qualmente sono alcune linee fatte dalla natura: alcune dall'arte: alcune, a caso: e alcune, imaginate con la mente. Quelle, che sono fatte dalla natura, sono le semplice longhezze, ouero le semplice l'arghezze, ouero grossezze, che sono naturalmente in ogni qualità de corpi materiali dalla natura prodotti, ouero



dall'arte fabricati: et sono etiam li semplici termini delle superficie terminanti dette corpi. Ma perche anchora non si è diffinito che cosa sia superficie, ne corpo, al presente nō è lecito di parlarne, ma nel processo si uederà manifestamēte cosi essere. Ma le linee fatte dell'arte, ouero a caso sono fatte uolōtariamente, ouero a caso dall'operante Geometrico con qualche stilletto pontito, ouero con qualche materia colorata, in qualche spatio, come per esempio (in uarij modi, si come etiam uarij modi possono accadere) hauemo designato di sopra. Vero è, che alcun potria dire (come fu detto del ponto) queste tali linee artificialmente fatte dallo operante non hauere conuenientia alcuna con la linea diffinita dallo egregio nostro Autthore Euclide, attento che non mai possono essere tirate, ouero disignate tante sottil, che quelle non habbiano qualche larghezza in se: Nientedimeno questo dubbio se risolue secōdo quello del ponto: cioè, chi uol considerar ciascheduna di dette linee o altre simili, e similmente quelle, che sono in ogni qualità di superficie & corpo, cosi secondo la ragione, come secondo l'essere, congionte e miste con quella materia di negro colore, o altra simile, che ce le fa uisibile in l'arghezza, come fa il naturale: senza dubbio secondo tal consideratione hauranno sempre qualche larghezza, & anchor grossezza, per causa della sua ueste materiale. Ma chi considererà dette linee, pur congionte con detta materia, secondo l'esser, ma poi secondo la ragione, separate da quella, cioè, nude e spogliate di quella sua ueste materiale de inchiostro o carta tinta, come fa il mathematico, secondo tal consideratione si trouerà esser resoluto il dubbio. Si uede adonque che il mathematico, & il naturale, nel considerar le cose si accordano in una parte, perche ciascheduno le considera secondo l'esser congionte con la materia doue sono infuse: ma si discordano in un'altra, cioè, secondo la ragione: perche il naturale secondo la ragione le considera medesimamente congionte e uestite di quella sua ueste materiale sensibile: & il mathematico, separate, cioè, nude & spogliate della detta sua ueste materiale, come fu detto sopra il ponto. E tutto questo afferma Aristotele nel preallegato sesto della Methaphisica, testo 2. & similmente il Commentatore sopra il primo de cœlo & mundo, commento primo: ma piu diffusamente Aristotele nel secondo della Physica, testo. xx. ce lo dechiara. Et accio che ogni mediocre ingegno meglio apprehenda et intenda questa differentia, che è fra il naturale et il mathematico nel considerar le cose, uoglio addur anchora un'esempio molto facile da capire. Hor poniamo che sieno due misure material di alcuno metallo, ouer di legno (si come sono quelle, che usano questi mechanici, per misurar le cose occorrente) & che dette misure siano di egual longhezza, come sarebbe che fussino duoi passi, & che ciascheduno di essi passi sia diuiso in cinque piedi, liquali piedi siano di onze xii. come si costuma fra li Architetti: & poniamo che dette due misure siano di legno, ma che una sia d'un legno molto grosso, cioè, il passo. a.b. & l'altra sia d'un legno sottile, cioè, il passo. c.d. dico che chi uuol cōsiderar queste due misure, ouero, quantità realmente secondo, che sono, cioè, secondo la materia, senza dubbio si cōcluderà una esser maggiore dell'altra, cioè, la. a.b. esser maggior della. c.d. perche eglie piu materia dentro, cioè, piu quantità di legno, per la sua maggior l'arghezza & grossezza: et questa tal consideratione serà naturale, laqual se referisse alla ma

teria,

teria, che si uede, cioè, alla quantità del legno. Ma chi uuol considerar queste due misure secondo il Geometra, ouer mathematico (ilquale non ha alcun rispetto alla materia secondo la ragione) dirassi queste due misure esser egual, come è il uero, per che sono tolte & considerate secondo la intẽtione dell'operante, che le ha fabricate, ilquale le ha fatte con intentione di far una simplice longhezza: il medesimo se intende d'ogni altra sorte di famosa misura, cioe, pertiche, brazza, canne, cauezzi, et altre simili, o siano di ferro, ouer di legno: grosse o sottile, non importa; perche tal grossezza non uien considerata. E pero si potria dir che la linea, è una longhezza senza alcuna considerata larghezza, ouer grossezza. E che sia il uero, che ciascuna delle sopradette famose misure siano intese tolte per linee, oltra che Euclide ce lo manifesta nel decimo chiamando ciascuna simile, linea data rationale, come al suo luoco si dirà. Il sapientissimo Commentatore Auerrois sopra il secondo della Physica, commento.xx. uolendo dechiarare la consideratione del prospettiuo (circa alla linea) essere media fra la consideratione del naturale e del mathematico, ce lo ratifica con queste precise parole. Geometria enim considerat de magnitudinibus abstractis a materia, naturalis uero cõsiderat de eis secũdum quod sunt in materia. Aspectiuus autem considerat de lineis in dispositione media inter illas duas considerationes: non enim considerat de linea secundum quòd est linea simpliciter, ut Geometer: neque secundum quòd est linea lignea, aut ærea, ut naturalis, sed secũdum quòd uisualis. Per ilche è da sapere che per la linea lignea, ouero metallica se piglia naturalmente come è detto di sopra: uero, è che la scrittura di tal commento dice, linea ignea, aut aerea: ma io credo che sia stato mal tradotto, & che uoglia dire, come habbiamo detto di sopra, cioè, linea, aut ærea: Et questo credo serà bastante alla intelligentia della differentia della consideratione naturale & mathematica, con laqual si resoluerà uarij dubbij sopra le cose che seguitano.

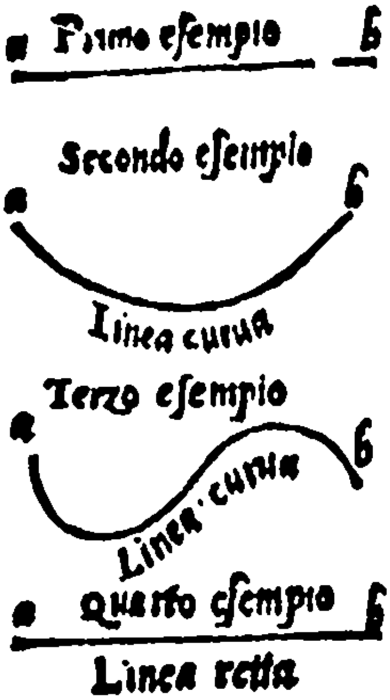


Diffinitione 3.

5 La linea retta è la breuissima estensione da uno ponto ad un'altro,
4 che riceue l'uno e l'altro di quelli nelle sue estremità.

Il Tradottore.

Hauendo lo Autthore nella precedente diffinitione diffinito, che cosa sia la linea in genere. (Perche questo genere de linea si diuide in due specie principale, cioe, in ~~retta, e curua, pero nella presente diffinitione ci uol dar à conoscer qual sia la retta)~~ e dice che la linea retta è la piu breuissima estensione, ouer tratta che tirar si possa



in atto, ouero con la mente da un ponto a un'altro, riceuendo nelle sue estremità ciascaduno di quelli, come per lo esempio si uederà. Siano li duoi ponti .a. & b. come qui potrai uedere nel primo esempio. Dico che dal ponto.a.al ponto.b.si possono tirar infinite linee una maggior dell'altra, al modo che habbiamo posto qui di dentro nel secondo esempio: & similmente infinite altre nella forma & maniera, che habbiamo posto nel terzo esempio, et in altri uarij modi: ma la piu breue che tirar si possa dal detto põto.a.al põto.b. poniamo che sia quella che qui dentro sono, e che habbiamo tirata rettamẽte nel quarto esempio: Essendo adonque la piu breuissima, che tirar si possa dall'uno all'altro di detti põti, serà detta linea retta per la presente diffinitione. Et questo basta per dechiaratione della linea retta, & etiam per notitia della curua: perche chi cognosce il dritto de una cosa è sforzato a cognoscere etiam il rouerscio, e pero lo Autthore non ha uogliuto diffinir altramente la linea curua, per essere cosa superflua, imaginãdosi tal cognitione esser espressa a chi hauerà notitia della retta. Ideo &c.

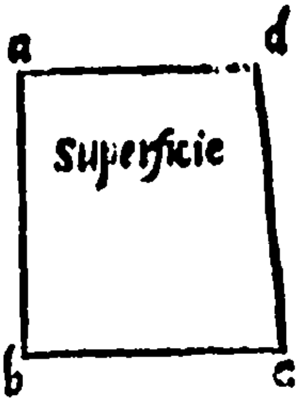
Diffinitione 4.

4 La superficie è quella che ha solamente longhezza & larghezza: li ter
5.6 mini dellaquale sono linee.

Il Tradottore.

In questa quarta diffinitione l'Autthor ci diffinisse la seconda specie della quantità continua (che è la superficie) & dice che la superficie è quella che ha solamente longhezza e larghezza, cioe, che gli manca la profondità, ouer grossezza: li termini dellaquale (essendo terminata) sono linee. dico essendo terminata, perche sono molte superficie che non sono terminate, come saria la superficie d'una balla tonda, ouer d'un ouo, & altri corpi simili. Ma per intender bene questa diffinitione bisogna notare, qualmẽte sono alcune superficie fatte dalla natura, alcune dall'arte, alcune a caso, & alcune imaginate con la mente. Le superficie fatte dalla natura sono li superficiali termini terminanti ogni qualita di corpo dalla natura prodotto, ouer dall'arte fabricato: ma per nõ esser anchora diffinito che cosa sia corpo, metteremo questo parlar da banda, per non preterir l'ordine dell'Autthore, ilqual non costuma parlare d'una cosa auanti la diffinitione di quella: ma le superficie fatte dall'arte, ouer a caso sono quelle, che uengono fatte, ouer dissegnate uolontariamente, ouer a caso dall'operante geometrico, ouer pittorico, con qualche stilletto pontito, ouer cõ qualche materia colorata in qualche altra superficie, come per esempio hauemo designato in margine, ilqual margine è pur anchora lui superficie di questo foglio di carta. Ma dui

dui dubbij ponno occorrere nella mente del studente circa alla soprapposta diffinitione, e circa alla nostra espositione uno di quali è questo. Potria dire, la diffinitione dice, che la superficie ha solamente longhezza, e larghezza, & trouò la maggior parte delle superficie hauer piu longhezze e piu larghezze, come appar nella superficie. a. b. c. d. laquale ha due longhezze, cioe il lato. a. b. et il lato. c. d. et due diuerse larghezze, cioe, il lato. a. d. & il lato. b. c. Circa a questo dubbio rispondo, che la longhezza & la larghezza d'una superficie è una cosa, & li lati, ouer linee, che la terminano sono un'altra: perche le linee che terminano ogni qualità di superficie (siano quante si uogliano) se dicono solamente termini di quella superficie, e non longhezze, ne larghezze di quella: uero è che per mezzo de ditti termini noi uegniamo in cognitione della uera e simplice longhezza e larghezza de ogni qualità di superficie, & poi per mezzo della detta uera e simplice longhezza & larghezza noi uegniamo in cognitione della quātità di quella tal superficie, come nel. 2. libro si uederà manifesto: & per questo si dice che la superficie ha solamente longhezza, & larghezza, & che li termini di quella sono linee: ma non dice che le linee che la terminano siano la sua longhezza, ouer larghezza: & questo basta per dechiaratione del primo dubbio. El secondo e simile a quello della linea, cioe, che se potria dire, che quelle superficie artificialmente fatte, ouer designate, ouero pinte con qualche liquor corporeo colorato, hauer in se sempre qualche grossezza, ouer profondità: ma questo dubbio se risolue come quello del ponto, ouer della linea, cioe, che il Geometra le considera (secondo la ragione) nude, & spogliate di quella materia colorata secondo che sono in se, cioe, senza profondità, ouer grossezza: & questo basta per delucidatione della superficie in genere.

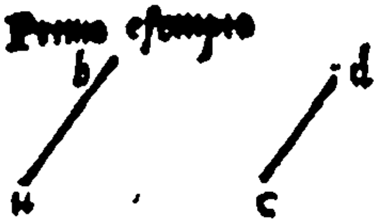


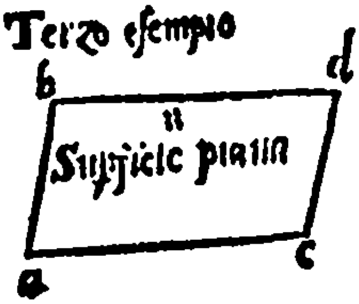
Diffinitione 5.

5/7 La superficie piana è la breuissima estensione da una linea a un'altra, che riceua nelle sue estremità l'una e l'altra di quelle.

Il Traduttore.

Hauendo l'Autthor di sopra diffinito che cosa sia superficie in genere (e perche sono due specie principali de superficie, cioe, piana, e globosa, ouer conuessa, ouer spherica, ouer montuosa) e pero in questa diffinitione ne diffinisse la piana, & dice, che la superficie piana e la piu breuissima superficie che si possa estēdere da una linea a una altra, riceuendo nelle sue estremità ciascuna di quelle: perilche bisogna notare che questa diffinitione e quasi simile a quella della linea retta: Onde similmente bisogna aduertire che da una linea a un'altra si puo estendere in atto, ouer con la mente infinite superficie, che riceueranno nelle sue estremità ciascaduna di quelle, tamen se nō una sola se ne puo estendere che sia piana, e non piu: e quella sarà la piu breuissima



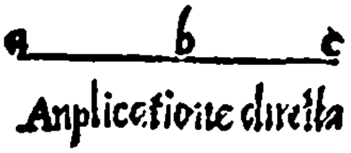


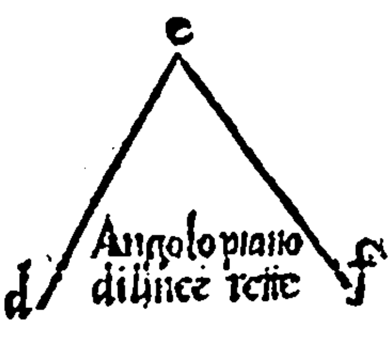
de tutte le altre che estender si possano : come (esempli gratia) siano le due linee.a.b. & .c.d.come qui si uede. Nel primo esempio dico, che della linea.a.b. alla linea. c.d.si puo estendere in atto, ouer con la mente, infinite superficie, alla similitudine della superficie.m.tirata nel secōdo esempio che una serà maggior dell'altra, etiā in altri uarij modi:ma la piu breuissima che estender si possa, serà quella che serà estesa breuemente, & rettamente dalla detta linea.a.b.alla linea.c.d.alla similitudine della superficie.n.del terzo esempio:laquale, essendo la piu breuissima, serà detta superficie piana, per la presente diffinitione, domente che la sia estesa talmente che ella receua nelle sue estremità ciascaduna di quelle proposte linee : questo dico, perche se ne potria tirar di piu breue di quella, fra le dette linee, che nō sariano piane, ma non riceueriano le dette due linee.a.b.et.c.d.nelle sue estremità, e pero fu forza a conditionar la diffinitione: Et questo credo sia bastante alla dilucidatione della superficie piana etiam alla non piana: perche (come dissi della linea retta) chi cognosce la superficie piana è necessario che etiam cognosca la non piana : e pero non fu bisogno diffinirla altramente.

Diffinitione 6.

6/8 L'angolo piano è il toccamento, & la applicatione non direttta, de l'una e l'altra due linee insieme la espansione dellequale è sopra la superficie.

Il Tradottore





In questa diffinitione l'Autthore ci da a cognoscere qualmente l'angolo piano e compreso sotto tre conditioni. La prima è, il toccamento di due linee, tamen il toccamento per se non formeria l'angolo, quando l'applicatione delle due linee fusse diretta alla similitudine delle due linee.a.b. & .b.c.lequale si toccano in ponto.b.d'una applicatione diretta: & per esser tal applicatione diretta, non formano angolo, anzi delle dette due linee se ne fa una sola linea che e tutta la.a.b.c. ma se le dette due linee si toccasseno d'una applicatione non diretta, alla similitudine delle due linee. d.e.et e.f.in ponto.e.bē formariano l'angolo in ponto.e. tamen se le dette due linee.d.e.& .e.f.se espandesseno, ouer distendesseno sopra una

una superficie globosa, ouer montuosa el detto angolo nõ saria angolo piano, ma montuoso, ouer curuo: perche douendo esser angolo piano, bisogna che habbia la terza conditione, cioe, che le dette due linee se espandano, ouer estendano per la superficie: cioe, per la superficie diffinita nella precedente diffinitione, a ben che l'Autthor nõ lo specifica: Ma egliè suo costume, che ogni uolta che gli nomina linea, ouer superficie, senza altra cõditione, egli uole che se intenda di quella linea, ouer superficie che è stata diffinita, & non altramente: e cerca cio bisogna auertire: spandendoli adonque le due linee .d.e. & e.f. per una superficie piana, l'angolo .e. saria piano, perche dall'angolo piano all'angolo non piano, superficiale, non è altra differentia, saluo che la espansione delle due linee del non piano è in una superficie non piana, tamen li angoli piani possono esser contenuti da due linee curue, ouero da una curua, e l'altra retta, pur che ambedue le due linee siano in una superficie piana, come per esempio hauemo dissegnato: & questo credo sia bastante alla dechiaratione dell'angolo piano, etiam del non piano, superficiale: dico superficiale, accio non se intendesse dell'angolo solido, delquale se ne parlarà nell'undecimo Libro, ma in questo loco non è a proposito di parlarne.

Angolo piano due linee curue

Angolo piano

Diffinitione 7.

Angolo rettilineo

7/9 Ma quando due linee rette conteneno un'angolo, quell'angolo è detto rettilineo.

Il Tradottore.

Perche delli angoli piani (come dissi, et esemplificai nella precedẽte diffinitione) alcuni sono contenuti da linee rette: alcuni, da curue: & alcuni, da una curua, & una retta, per tanto l'Autthor ci aduertisse, come quello angolo, che è contenuto da due linee rette, si chiama, angolo rettilineo.

Diffinitione 8.

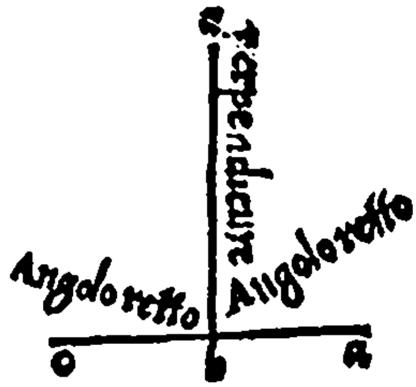
8/10 Quando una linea retta starà sopra una linea retta, & che li duoi angoli contenuti da l'una e l'altra parte siano eguali: l'uno e l'altro di quelli sarà retto.

Il Tradottore.

Le specie principali dell'angolo rettilineo sono due, cioe, retto, e non retto: ma perche l'angolo non retto si diuide etiam in altre due specie, cioe, in maggior del retto, e minor del retto: perilche potremo dire, le specie dell'angolo rettilineo esser tre, cioe, retto, maggior del retto, e minor del retto: Onde l'Autthore per la presente diffini-

 tione

Cō la euidētia di q̃lla se puo conoscer se una squadra è iusta.



tione ci da a cognoscer l'angolo retto: laqual dice, che quando una linea retta starà sopra d'una linea retta, (cioe, come sta la linea.a.b.sopra alla linea.c.d.) si conditionatamente, che li duoi angoli contenuti dall'una e l'altra parte delle dette due linee siano eguali fra loro (cioe, che l'angolo contenuto dalla linea.a.b. & della parte.d.b.dell'altra sia eguale all'altro angolo contenuto dalla medema linea.a.b. & dall'altra parte.c.b.della medesima.c.d. che cadauno delli detti angoli se dice angolo retto, &c. Pero per intelligentia delle cose che seguitano bisogna notare, che quando se uol denotare in scrittura un'angolo, quello si proferisse, la maggior parte, per tre lettere, dellequal la lettera media sempre sarà quella, che denotarà il ponto doue termina il detto angolo: Esempli gratia. Volendo proferir, ouer dire quello che hauemo detto di sopra (secōdo si costumarà nelle cose seguenti) diremo in questo modo. Se l'angolo.a.b.d.sarà eguale all'angolo.a.b.c. l'un l'altro sarà retto. Onde per l'angolo.a.b.d.bisogna intendere l'angolo contenuto dalla linea.a.b.& dalla linea.b.d.in ponto.b.& per l'angolo.a.b.c.l'angolo contenuto della medema linea.a.b.et dalla linea.c.b.in ponto.b.& cosi si deue intendere nelle cose sequenti.

Diffinitione 9.

9 Et la linea soprastante è detta perpendicolare sopra a quella, doue so
10 pra stà.

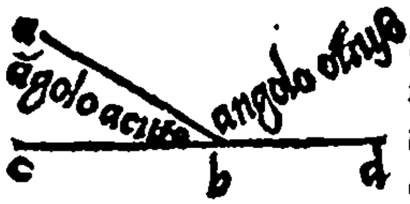
Il Tradottore.

Breuemente in questa diffinitione consequentemente si cōclude, che la linea.a.b. della figura precedente si dice perpendicolare sopra alla linea.c.d.& questa diffinitione si debbe intendere congionta alla precedente, quantunque ella sia disgionta & segregata.

Diffinitione 10.

10 Et l'angolo ch'è maggior del retto, si dice ottuso.
11

Il Tradottore.



In questa diffinitione l'Autthor ci aduertisse, qualmente l'angolo che è maggiore dell'angolo retto, si chiama angolo ottuso: esempli gratia: se la linea.a.b.starà inclinata sopra alla linea.c.d. (come appar in questa seconda figuratione (essa formarà duoi angoli inequali, uno de quali serà maggior del retto, cioè, l'angolo.a.b.d.& l'altro serà minore, cioè l'angolo.a.b.c.l'angolo adonque.a.b.d.per la presente diffinitione serà detto ottuso: l'altro ch'è minor del retto si diffinisce nella sequente diffinitione: & questa diffinitione insieme con la sequente si debbeno intender pur

congionte

congionte con la ottaua, si come fu detto anchora della precedente.

Diffinitione 11.

11/12 Et l'angolo che è minor del retto, è detto acuto.

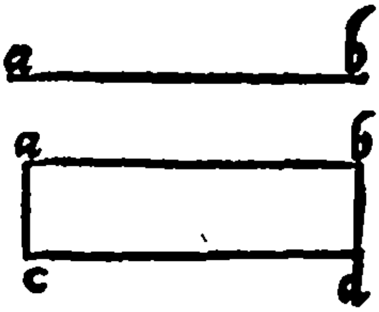
Il Tradottore.

In questa diffinitione l'Autthor similmente ci auisa qualmente l'angolo minore dell'angolo retto si chiama angolo acuto: adonque l'angolo. a.b.c. della precedente figura si chiamerà angolo acuto, e l'angolo.a.b.d. ottuso (come di sopra fu detto) E questo basta per la dechiaratione delle tre specie delli angoli piani rettilinei.

Diffinitione 12.

12/13 Il termine è quello, che è fine della cosa.

Il Tradottore.



Quiui l'Autthor sotto breuità ci difinisce che cosa sia termine, & dice, che il termine è il fine di ciascuna cosa: essempli gratia: sia la linea.a.b.e similmente la superficie.a.b.c.d.et perche ciascun delli duoi ponti. a.&. b.sono principio e fine della detta linea.a.b. adonque ciascuno delli detti duoi ponti.a.&.b.puo esser detto termine della detta linea.a.b.similmente perche la superficie. a. b.c.d. finisce nelle quattro linee. a.b. a.c.c.d.&.b.d. adonque ciascuna delle dette quattro linee serà termine della detta superficie.

Diffinitione. 13.

13/14 La figura è quella, che è contenuta sotto uno, ouer piu termini.

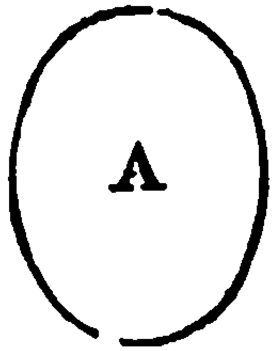
Il Tradottore.

In questa diffinitione ci da a cognoscere qualmente la figura è compresa sotto uno, ouero piu termini, & qual siano quelle figure, che sono contenute sotto uno termine, & quale siano quelle che siano contenute sotto duoi, ouer tre, ouer quattro, ouer piu termini, nelle sequẽte diffinitioni si farà manifesto massime di quelle di che si ha a trattare, e parlar nelle cose che seguita: e perche seria cosa superflua a parlarne in questo luoco, e in quello, e pero mi passo senza altro essempio.

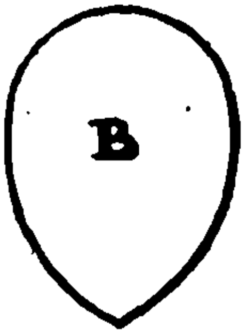
Diffinitione 14.

14/5.16 Il cerchio è una figura piana contenuta da una sola linea, laquale è chiamata circõferentia, in mezzo dellaqual figura è un ponto, dalqual tutte le linee rette, ch'escano, & uadano alla circonferentia sono fra loro equali: & quel tale ponto è detto centro del cerchio.

Il Tradottore.

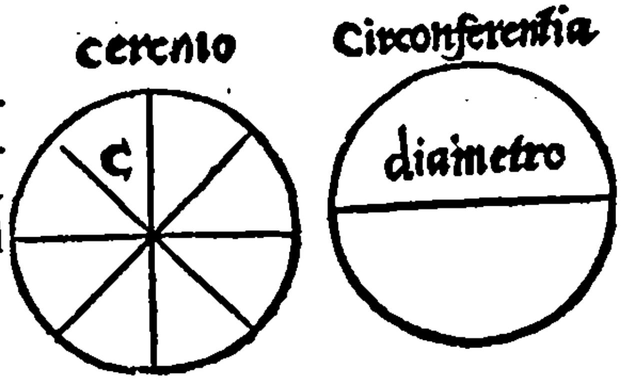


In questa diffinitione l'Auttor ci da a cognoscere qualmente il cerchio è compreso sotto tre conditioni: la prima è, che è una figura piana, cioè, superficie piana, e non conuessa, ne cõcaua, ouero montuosa: la seconda, che è contenuta da un sol termine, ouero da una sola linea, chiamata circonferentia: la terza, che nel mezzo di quello è un ponto cosi conditionato, che tutte le linee menate da quello alla circõferentia son fra loro equali: si che ogni figura che habbia queste tre conditione è detta cerchio: perilche seguita, che ogni figura, che manchi di alcuna di queste conditioni nõ se intende esser cerchio: esempli gratia, le due figure. A. & B. hanno due di quelle tre cõditioni che si aspettano al cerchio, cioè, sono figure piane sono etiam contenute da un solo termine, ouero linea, pur chiamata circonferentia: tamen, perche non hanno, ne possono hauere nel mezzo un põto cosi cõdicionato, che tutte le linee, che, si partino da quello, & uadino alla circonferentia, siano fra loro equali, niuna di quelle se intende esser cerchio; perche, douẽdo esser cerchio, bisogna ch'habbiano etiã l'altra terza conditione, si come ha la figura. C. e pero la detta figura. C. hauendo tutte le dette tre conditioni si chiamerà cerchio, & cosi ogni altra simile, maggiore, ouer minore, & il ponto. C. sopra ilquale uien constituido artificialmente in detto cerchio, è detto centro del detto cerchio: uero è alcuno potria arguire, & dire (come fu detto del ponto, e della linea artificiale) che la detta figura. C. artificialmente fatta, non esser uero cerchio (per molte ragioni, che si potriano addurre) et esser impossibile che l'operante possa cõstituir un perfetto cerchio: tamen, questa oppositione, ouer dubbio se risolue come fu fatto quello del ponto, & della linea, cioè, per quello, che habbiamo detto nel principio: e perche seria superfluo a replicarlo, di nuouo, mi passo cõ silẽtio. Ideo aduerte.



Diffinitione 15.

15/17 Il diametro del cerchio è una linea retta, laqual passa sopra il centro di quello, & applica le sue estremità alla circonferentia, & diuide il cerchio in parte equale.



Il tradottore.

L'esempio di questa diffinitione habbiamo descritto nella figura delle presente, pero mi passo senza altra dechiaratione, per esser da se chiara, come si puo apertamente uedere.

Il mezzo

Diffinitione 16.

16 Il mezzo cerchio è una figura piana contenuta dal diametro del cer-
18 chio, & dalla metta della circonferentia.

Il Tradottore.

Hauendo l'Autthor diffinito il cerchio, etiam il centro, et il diametro di quello, al presente incomincia a diffinir le sue portioni, ouer parti, & incomincia dal semicerchio, o uuoi dire, mezzo cerchio: & perche la diffinitione parla chiaro, altramente non la espongo, saluo che ho posto la figura quì per esempio.

Diffinitione 17.

17 Portion di cerchio è una figura piana contenuta da una linea retta e
19 da una parte della circōferentia maggior, o minor del mezzo cerchio.

Il Tradottore.

A benche il semicerchio, ouer mezzo cerchio sia anchora lui una parte rationale del cerchio, cioe, la mettà di quello, per esser diffinito per il suo proprio nome, non è connumerato fra le portioni, ouero parti del cerchio: ma quando se dirà semplicemente una portione, ouero parte di cerchio l'autthor uuole, che si intenda una parte maggiore, ouer minore del detto mezzo cerchio, come per esempio habbiamo designato. Et nota che tanto significa a dire una sectione di cerchio, quanto che è a dire una portione, ouero parte di cerchio.

Diffinitione 18.

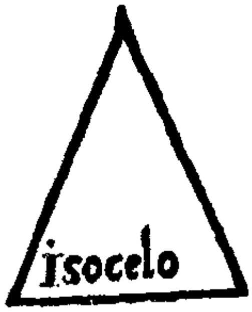
18 Le figure rettilinee sono quelle, che sono contenute da linee rette, del
20.21 lequali alcune sono trilatere, lequali sone contenute da tre linee rette,
22.23 alcune quadrilatere, lequal sono contenute da quattro linee rette, alcu
ne moltilatere, lequal son contenute da piu di quattro linee rette.

Il Tradottore.

Questa diffinitione altramente non espongo, ne con parole, ne con esempio, per essere da se piana: & le specie di tutte le dette figure rettilinee si diffiniscono nelle sequenti diffinitioni.

19
Diffinitione 19.

24.25
26. Delle figure di tre lati una è detta triangolo equi-
altero



latero, & questo è quello, ch'è contenuto sotto di tre lati equali: l'altra è detta triãgolo isocelo, e quello, che è contenuto solamente sotto di duoi lati equali: l'altro è detto triangolo scaleno, & questo è quello, che è contenuto sotto di tre lati inequali.

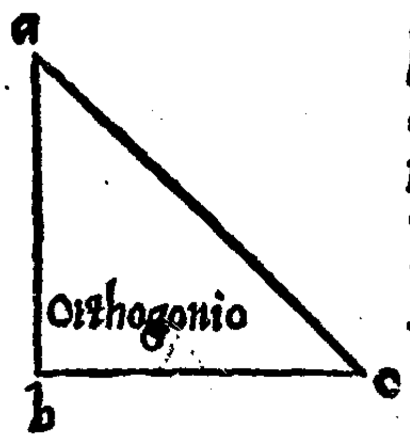
Il Tradottore.

In questa, e nella sequente diffinitione l'Autthor ci diffinisce li nomi speciali delle figure di tre lati, secondo li duoi modi, che possono esser diuise, ouer considerate, cioè, secondo la consideratione delli loro lati, per laquale sono dette trilatere, ouer secondo la consideratione delli loro angoli, per laquale sono dette triangoli. Le specie adonque delle dette figure diuise ouer considerate secondo la uarietà delli lati (per questa diffinitione) sono tre: la prima è quella, che ha tutti li tre lati equali, e questa tale è detta triangolo equilatero: la seconda è quella, che ha solamente duoi lati equali, & l'altro maggiore, ouer minore de quelli: e questa tale si chiama triangolo Isocelo: la terza è quella, che ha tutti tre li lati inequali, & questa tale si chiama triangolo scaleno, come per esempio appare. L'altra diuisione delle dette figure, cioè, secondo la consideratione di angoli nella seguente diffinitione se farà manifesta.

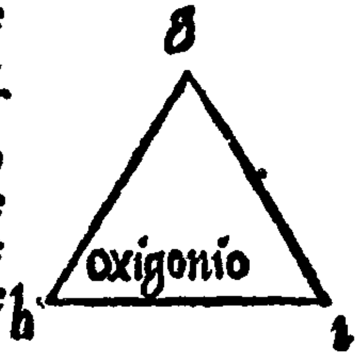
Diffinitione 20.

20 Anchora di queste figure di tre lati una è detta triangolo orthogo-
17.28 nio, & questo è quello, che ha un'angolo retto: l'altra è detta triangolo
29. Ambligonio, & è quello, che ha un'angolo ottuso, l'altra è detta triangolo Oxigonio, & questo è quello che ha tutti li suoi tre angoli acuti.

Il Tradottore.

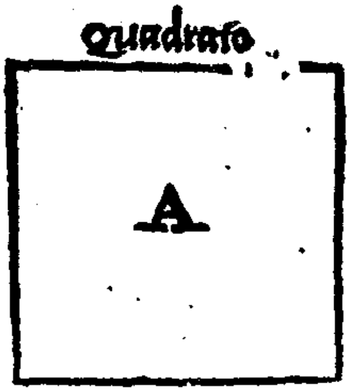


In questa diffinitione (come habbiamo detto di sopra) l'auttor diffinisce li altri nomi speciali delle figure di tre lati secondo l'altra diuisione fatta secondo la uariatione delli angoli, e non delli lati, lequal specie sono pur tre. La prima è detta triãgolo orthogonio, & questo triangolo è quello, che ha un'angolo retto, si come è il triangolo.a.b.c.ilquale ha lo angolo.b.retto: la seconda è detta triangolo amblygonio, & questo è quello, che ha un'angolo ottuso, si come è il triangolo.d.e.f.ilquale ha lo angolo.e.ottuso, cioe, maggior di uno retto: la terza è detta triãgolo oxigonio, & questo è quello, che ha tutti tre li angoli acuti, si come è il triangolo.g.h.i. ilquale ha tutti li suoi tre angoli acuti, cioè che ciascaduno di loro è minore d'uno angolo retto, & questo è quello che in questa diffinitione si uuole inferire. Ma bisogna notare, che in questa seconda diuisione non si ha ha alcuno rispetto alla uariatione delli lati: perche il triangolo ortogonio puo hauere tutti li suoi tre lati inequali, etiam puo esser di duoi lati: per tanto il detto triangolo orthogonio (secondo la prima diuisione) potria essere triangolo isoscelo, e similmente triangolo scaleno: uero è che nõ potria esser equilatero, (la causa di questo per le cose dette non la posso assignare, ma in quelle che si ha da dir nella penultima del primo, serà manifesta.) Anchora il triangolo amblygonio puo esser di duoi lati equali, etiam di tre lati inequali, dilche dando anchora a lui il nome secondo la prima diuisione, potria essere pur triangolo isoscelo, & similmente scaleno: uero è che'l non puo esser equilatero. Simelmente il triangolo exigonio puo esser di tre lati equali, etiam di duoi lati solamente equali, ouero di tre lati, pur inequali: per laqual cosa seguita che il detto triangolo secondo la prima diuisione potria essere equali, etiam isoscelo, & similmente scaleno. E pero bisogna auertire in queste uarie specie di nomi, perche alle uolte un triangolo puo esser chiamato per duoi nomi, secõdo le dette due diuisioni, & questo basta per la dechiaratione delle specie delle figure di tre lati.



Diffinitione 21.

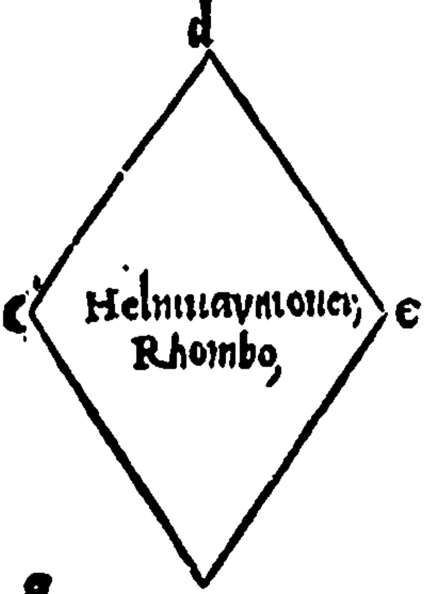
21.22 Ma delle figure di quatro lati una è detta quadrato, ilqual quadrato
30.31 è de lati equali, & de angoli retti: l'altra è detta
32.33 tetragono longo, & questa è una figura rettangola, ma non è equilatera: l'altra è detta, helmuaym, ouero rhombo, laquale è equilatera, ma non è rettangola: l'altra è detta simile helmuaym, ouero rhomboide, laquale ha li lati oppositi equali, & similmente li angoli oppositi equali, tamen quella non è contenuta da lati equali, ne da angoli retti: & tutte le altre figure quadrilatere, eccetto queste, sono chiamate, helmuariphe, ouero, trapezzie.

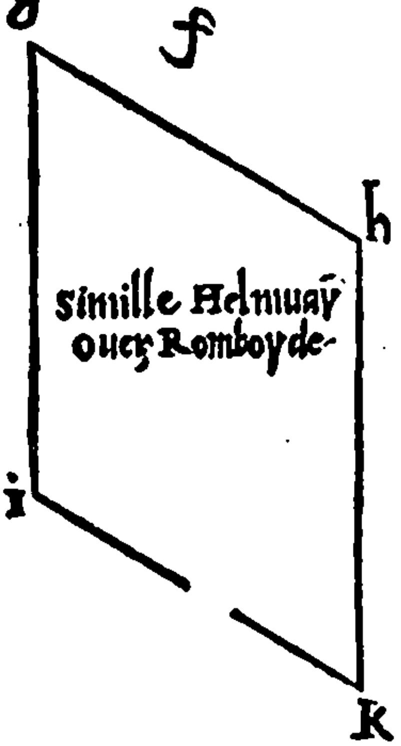


Il Tradottore.

Nella presente diffinitione l'Autthor ci da a cognoscer qualmente le specie regolar delle figure quadrilatere sono quattro: una dellequal è detta quadrato, & questo è quello, che ha tutti li suoi quattro lati equali, et tutti li suoi angoli retti (come appar per esempio nella figura. A.) l'altra è detta tetragono longo, & questa figura ha pur tutti li suoi quattro angoli retti, si come il quadro, ma non è equilatera, anzi è piu longa, che larga, alla similitudine della figura

gura. B. l'altra, è chiamata helmuayn, ouero rhombo, e questa figura ha pur li lati equali, come il quadro, ma nõ ha li angoli retti, anzi ha duoi angoli ottusi, & duoi acuti (come per esempio appare nella figura: c.d.e.f.) dellaquale li duoi angoli contraposti.c.& .e.sono ottusi, & li altri duoi contraposti. d.& .f. sono acuti: la quarta è detta simile, helmuaym, ouero rhomboide, & questa figura ha li lati oppositi, equali, & similmente li angoli oppositi equali, tamen quella non ha tutti li lati equali nelli angoli retti, come per esempio appare nella figura.g.h.i.K. dellaquale li duoi lati oppositi.g.i.& .h.K.sono equali, & similmente li duoi.g.h.& .i.K.& similmente li duoi angoli oppositi.h.i.sono equali.& similmente li altri duoi.g.K.sono pur equali, tamen tal figura nõ è equilatera, ne rettãgola, anzi ciascaduno delli duoi lati.g.i.& .h.K.sono maggiori di ciascaduno delli altri duoi. g.h.& .i. K.& similmente li duoi angoli.i.& .h. sono ottusi, & li duoi.g.& . K.sono acuti. Et perche oltra queste quattro specie di figure de quattro lati, determinate di sopra, ce ne son molte altre (come appare qui,) tamen l'Autthor dice, che tutte le altre, (eccetto che le quattro specie esemplificate di sopra) sono dette helmuariphe, ouero trapezzie.





Diffinitione 22.

21
35

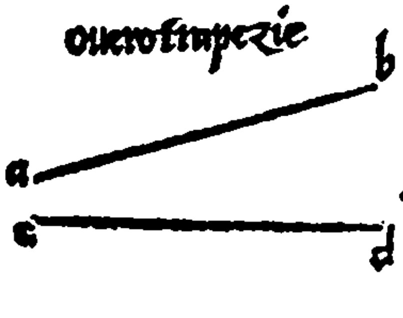
Le linee equidistante, ouero parallele sono quelle che sono in una medesima superficie collocate, & che protratte nell'una & l'altra parte non concorrano, etiam se siano protratte in infinito.

Figure helmuaripne

ouero trapezie

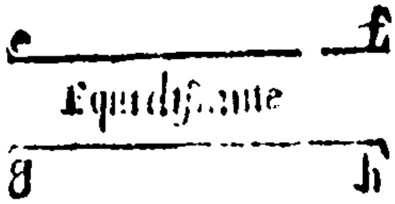
Il Tradottore.

L'Autthore ci diffinisce le linee equidistante, ouero parallele sotto di due conditioni. La prima è, che siano in una medesima superficie, & non in diuerse. La seconda è, che slongando quelle nell'una & l'altra parte in infinito non concorrino insieme: e però qualunque due linee mancaranno in alcuna di queste due conditioni, non se intende che siano parallele, ouer equidistante: esempli gratia, se fusse una linea stesa per la superficie del margine di questa carta, e un'altra ne fusse solamente con un capo sopra detta superficie e l'altra eleuata suso in aere,



senza

senza dubbio queste linee hauriano questa conditione, che slongandole in atto, ouero con la mente in infinito dall'una e l'altra parte, non cõcorreriano insieme: tamen per questo non se intenderia, che quelle fussero equidistante, perche seriano in superficie diuerse. Similmente se in una medesima superficie seranno due linee, come (essempli gratia) le due linee, a.b.& c.d. distese nella superficie del margine, lequali perche protratte quelle dalla parte.a.& c. si uede euidentemente che concorreriano insieme, pero non si intende che siano equidistanti, quantunque siano in una medesima superficie: Ma se quelle seranno in una medesima superficie, cosi conditionatamente, che slongandole dall'una e l'atra parte in infinito non habbiano ad incontrarsi insieme quelle si intenderanno esser equidistanti, ouero parallele, come per essempio appare nelle due lioee.e.f.& g.h.lequale euidentemente si uede che protrahendole, ouero slongandole da qual parte si uoglia, non concorreriano, ouero non se incontrariano mai insieme, & pero se intenderanno essere linee equidistanti, ouero parallele: & cosi (hauendo sofficientemente detto) faremo fine alle diffinitioni di questo primo libro.



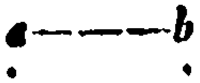
Il Tradottore.

Inanti che procediamo piu oltra, bisogna notare, che li primi principij di ciascaduna scientia non si cognoscono per demostratione: ne etiam alcune scientia è tenuta a prouar li suoi primi principij, perche bisogneria proceder in infinito, Ma quelli tali principij si cognoscono per intelletto, mediante il senso, e pero il principio di ogni nostra cognitione incomincia dal senso, Perilche sono supposti nella scientia, et con quelli se dimostra, & sostenta tutta la scientia: & sono detti principij di quella scientia, perche, prouano altri, & non essere possono prouati da altri, in quella scientia; & questi primi principij delle scientie alcuni li chiamano petitioni, & alcuni di dicono dignità, ouero suppositioni. Dico adonque che li primi principij che si suppongano in questa scientia ouero disciplina Geometrica, sono quindeci, delli quali sei sono proprij, cioè, che si conuengono solamente alla Geometrica, & noue sono communi, cioè che si conuengono a diuerse altre scientie. Et perche la intentione dello Autthore è di uoler disputare questa scientia Geometrica, & quella sostentare con demostrationi: Onde per proceder rettamente, egli primamente adimanda che gli sia concesso li detti suo proprij principij, liquali (come è detto) sono sei (come nel processo uederà) & per questo se chiamano petitioni: & chiunque negasse queste sei petitioni, negaria tutta la scientia Geometrica ne con quello occorreria a disputarla altramente, ma li altri noue (per essere cose notissime etiam concesse, & supposte in altre sciẽtie) egli li uolse chiamare commune concettioni, ouero communi sententie, come appare in fine delle petitioni.

Petitione prima.

Adimandiamo che ce sia concesso, che da qualunque ponto in qualunque ponto si possi condurre una linea retta.

Il Tradottore.



Lo Autthore in questa prima petitione adimanda, che gli sia cõcesso, che da un ponto ad un'altro si possa menare, ouero tirare una linea retta, come seria a dire dal ponto . a . al ponto. b. laqual petitione, per essere all'intelletto euidente, non si puo negare: uero è che alcuno potria dire, che a uoler esequire tal cosa attualmente in materia non è molto facile, perche si uede che per far piu giustamente tale effetto, eglie stato necessario all'operante ritrouare cautella, non solamente per tirare una linea da un ponto a'un'altro di grãdissima distantia, cioè, una linea retta di grandissima longhezza: ma anchora per tirarne ouero designarne una, che sia longa solamente uno, ouer duoi palmi. Et che sia il uero, si sa che comunemente per tirar, ouer designare dette linee di puoca longhezza, si costuma prima di farsi fare una listetta di legno, ouero di alcuno metallo piu piana & retta che sia possibile, & secondo l'ordine di quella tira le dette linee rette da un ponto ad un'altro, secondo le sue occorrentie, laquale listetta alcuni chimano Rega, & alcuni altri Regola, laqual rega, ouer regola, essendo perfetamente giusta, pur piu giustamente tirarà le dette linee rette, domente che la superficie della materia doue se tirano sia perfettamente piana, e che gli sia anchora diligentissimo nell'operare: lequal cose non è molto facile accordarle, cioè, che la regola sia perfettamente piana, & retta, & che la superficie della materia doue si tirano similiter perfettamente piana, & che l'operante usi tutta quella perfetta diligentia, che si possa usare. Similmente per tirare, ouer designar le linee di molta longhezza si costuma di tuore una corda sottile longa à sofficientia, & imbratta quella con una spongia infusa in certa acqua tinta communemente d'un colore rosso, & egli insieme con un compagno tirano la detta corda, & ciascaduno di loro con una mano la firmano uno delli duoi ponti doue desidera de tirare la detta linea, & l'altro all'altro, dapoi l'uno di loro con l'altra mano tira, & inarca sforzatamente la detta corda rettamente in aere, dapoi la lascia scorrerere, et quella percuottendo nella superficie di quella materia, doue si ritroua, ui lascia la linea signata di quel suo liquore, e perche la detta corda si solena antiquamente far de lino, dicono li Grammatici che da quella è deriuato quel nome linea, laqual linea talmẽte fatta, douendo esser perfettamente retta, bisogna accordar piu cose, non molto facile, lequal per breuità lascio, perche ciascuno per le cose dette le puo considerar da se medesimo.

Hor cerco a tutti questi dubij io rispondo, & dico, che eglie uero, anzi dico che per tal cause niuna operatione fatta in materia (come fu detto in principio del Probemio (puo esser cosi giusta, & precise, che non possi esser sempre piu giusta, e piu precisa: nientedimeno considerato tal atto operatiuo fuor di tutti gli impedimenti della materia (come fa il mathematico) tale petitione non si puo negare, ne il nostro intelletto puo dubitare di questo. Perilche bisogna notare (come piu uolte ho detto) qualmente tutta la scientia, ouero disciplina Geometrica si diuide in due parti, cioè, attiua, ouero operatiua, & in contemplatiua, ouero speculatiua, e pero parte di que

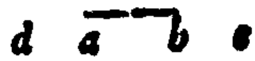
sti

sti primi principij indemostrabili si suppongon per la parte operatiua, & parte per la speculatiua, quelli che si soppongon per la parte operatiua sono solamente tre, cioè, questa & le due sequenti petitioni, tutti li altri si soppongono per la parte speculatiua. Dico adonque che questa prima petitione uiene ad esser il principio della parte operatiua. E chi negasse questa insieme con le due sequenti saria negata tutta la parte operatiua, ma concedendo questa insieme cō le due sequente niuno altro atto operatiuo si potra negare, perche tutti si dimostreranno euidentemente. Seguita adonque che in questi tre primi principij operatiui consista tutta la sostantia del nostro bene & mal operare nelle operationi Geometrice, e pero quanto piu l'operante userà diligentia in ciascuno di quelli, cioè, di mandarli piu giustamente a esequtione, che sia possibile, operando in materia, tanto piu l'opre sue si trouerranno essere al senso giuste & precise secondo la sua intentione, e per il contrario, quanto piu errerà in ciascun delli detti tre atti, tāto piu l'opre sue si representeranno al senso imperfette & false secondo la sua intentione, & pero in queste tre cose bisogna usi tutta la sua diligentia nelle sue mecanice operationi.

Petitione 2.

1/2 Anchora adimandiamo che ci sia concesso, che si posi slongare una retta linea terminata direttamente in continuo quanto ne pare.

Il Tradottore.



In questa seconda petitione, aspettante alla parte operatiua, l'Autthor dimanda che gli sia concesso che si possi slōgar qualunque linea retta terminata direttamente, cioè in continuo, quāto ci pare, come esempli gratia, se fusse la linea a. b. & che ci occorresse a douerla slongare direttamente in longo uerso.e.ouer uerso.d.assai o poco, secondo l'occorrentia, L'Autthor dimanda che gli sia concesso che si possa fare, perche se l'auersario uolesse negar questo atto, non seria possibile a dimostrarlo con ragioni astratte: Ma perche la esperiētia sensibile ce lo fa manifesto, tal petitione nō si puo negar, ne il nostro intelletto puo dubitar di questo: uero è che l'auersario potria adurui dubbio, si come nella precedente: nientedimeno tal dubbio si risoluerà, come quello della precedente, cioè pigliando tale atto libero da tutti li impedimenti della materia, come fa il mathematico.

Petitione 3.

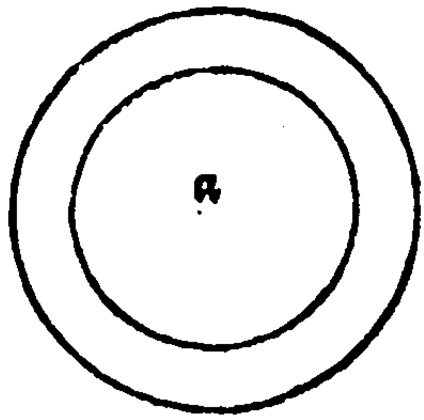
2/3 Anchora adimandiamo che ce sia concesso, che sopra a qualunque centro ne piace puotiamo designare un cerchio di che grandezza ci pare.

Il Tradottore.

In questa terza petitione l'Autthor dimandà che gli sia etiam concesso di puoter designar un cerchio di qual grandezza li pare, & sopra a qual ponto, ouer centro

tro

tro li pare, esempli gratia, occorrendoli a douer designar, ouer descriuere un cerchio, di qual si uoglia terminata grandezza, sopra a qual si uoglia ponto, come seria a dir sopra il ponto.a.et che l'auersario gli uolesse negar tal cosa, non seria possibile a poter dimostrare tal possibilità, con argomenti astratti, ma perche l'operante (nelle descritioni piccole) con l'istromento del compasso, sensibilmente lo fa manifesto, (e similmente nelle descrittioni grande) con una corda, longa a sofficientia, fissando un capo sopra un pōto centrale, e con l'altro, colligato con qualche ferro appontito, ouer con qualche altra materia segnāte, girante atorno atorno lo conduse a perfettione, tal petitione non è da negar: uero è che l'auersario (parlando naturalmente) ui potria addurre dubbij assai, si come nelle due passate, & arguir esser impossibile a descriuer un perfetto cerchio, nientidimeno tutti se risoluena, come quelli della prima petitione, cioè sumendo tal atto secondo la consideratione mathematica e non naturale, ilche facendo serà risolta ogni dubitatione.

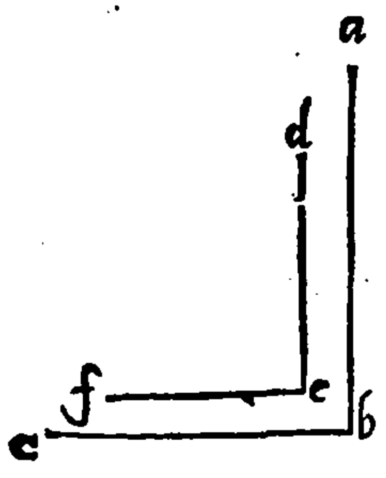


Petitione 4.

3/4 Similmente adimandiamo, che ci sia concesso tutti li angoli retti esser fra loro equali.

Il Tradottore.

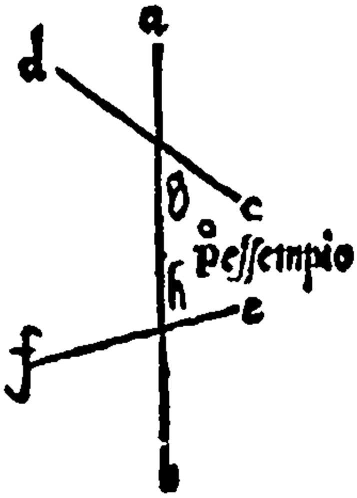
In questa quarta petitione anchor l'autthor dimanda che gli sia concesso che tutti li angoli retti siano fra loro equali, laqual petitione a ciascun principiante, che nō bia alquanto pratticato l'angolo retto parerà alquanto oscura da concedere; ma quelli liquali ogni giorno maneggiano la squadra, non negaranno che una squadra grande non sia bona per giustar una piccola, perche l'angolo retto non fa mutatione per la longhezza, ne per la cortezza delle due linee che constituiscono, come esempli gratia, sia l'angolo.a.b.c.retto, e similmente l'angolo d.e.f.ma contenuto da molto minor linee dell'angolo. a.b.c. come si uede designato hor dico che l'angolo.d.e.f.quātunque sia contenuto da minor linee di quello, che è l'angolo.a. b.c. è equale al detto angolo.a. b.c. cioè chi ponesse l'angolo. e.sopra l'angolo.b.giustando la lineetta.e.d. sopra la linea. a.b. dico che l'altra lineetta. e.f. si giusterà da se medesima sopra l'altra linea. c.b.e l'āgolo.d.e.f. si giustera, ouer equaliera attorno attorno con l'angolo.a.b. c. & consequentemente, inquanto all'angolo seranno equali, perche se ben le linee.a. b.& b.c. son maggior delle linee.d.e.& f.e. tamen quella applicatione non diretta delle due linee grandi, e simile, et equale a quella delle due piccole, e questo



è quello

è quello che bisogna cõceder, perche non si potria dimostrar tal cosa, saluo che al senso, cioè con la esperientia in materia.

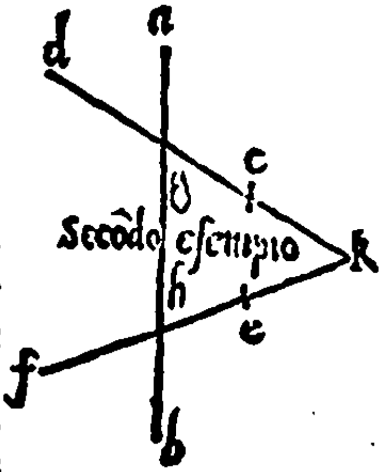
Petitione 5.



4/5 Adimandiamo etiam che ci sia concesso, che se una linea retta cascarà sopra due linee rette, & che duoi angoli da una parte siano minori di duoi angoli retti, che quelle due linee senza dubbio, protratte in quella medesima parte sia necessario congiongersi.

Il Tradottore.

In questa quinta petitione l'Autthor dimanda che gli sia anchor concesso, che se una linea retta cascarà sopra a due linee rette alla similitudine della linea a.b. sopra le due linee.d.c.& .e.f.& che duoi angoli da una medesima parte, come seria li duoi angoli.c.g.h.& .e.h.g. del primo esempio, sian minori di duoi angoli retti, che quelle due linee protratte in quella medesima parte, cioe in la parte uerso.c.& .e.doue sono li predetti angoli, sia necessario a tempo congiongersi insieme, come nel secondo esempio appare in põto.K.laqual cosa in uero al senso, ouero alla esperientia è manifesta, ne etiam lo intelletto puo dubitar di questo, perilche non è da negar tal petitione.



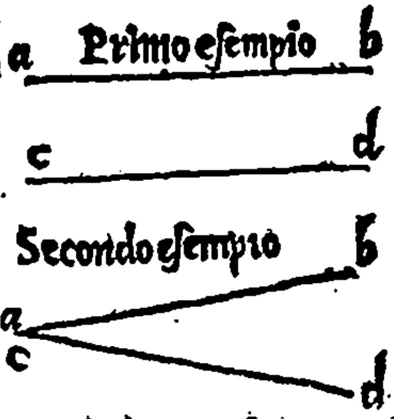
Petitione. 6.

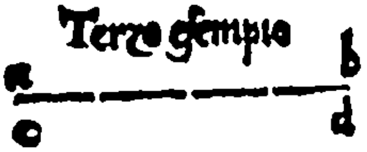
5/15 Similmente adimandiamo che ci sia concesso due linee rette non chiudere alcuna superficie.

Il Tradottore.

Cõ q̃sta euidentia se puo conoscer se una reta è iusta.

In questa ultima petitione l'Autthor anchora adimanda, che gli sia concesso, che due linee rette non includeno alcuna superficie: esempli gratia: siano le due linee rette.a.b.& .c.d.(come nel primo esempio appare) hor dico che con queste due linee sole non si potra chiuder alcuna superficie, cioè, chi con la mente ponesse il ponto.a. sopra il ponto.c.(come nel secondo esempio appare) & stringer poi, ouer menare il ponto.b.uerso il ponto.d. talmente che se la linea.a.b.serà equale alla.c.d.si congiongeno insieme (come nel terzo esempio appare) all'hora tutta la linea.a.b.toccarà uniuersalmente con ogni sua parte l'altra linea.c.d.& fra l'una e l'altra nõ serrerà





alcun spacio, ouero superficie, immo che ambedue le dette linee seranno ridotte in una linea sola (come all'intelletto si puo facilmente comprendere, etiam uedere nel detto terzo esempio) & questo è quello che l'Autthore dimanda in questa ultima petitione: & cosi faremo fine alle petitioni, lequale in uero non sono da negare: & chi le negasse (come fu detto in principio) negaria tutta la scientia: & con quel tale, che le negasse non seria da disputare.

Q u la ultima petitione nella seconda tradottione e posta nelle commune sententie & e l'ultima di quelle: ma secondo il mio giuditio quiui mi par essere piu suo conueniente luoco.

Il Tradottore.

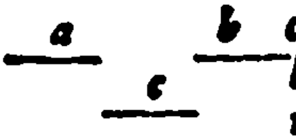
Seguitano le noue concettioni dell'animo, ouero le communi sententie.

Communi sententie.

Prima.

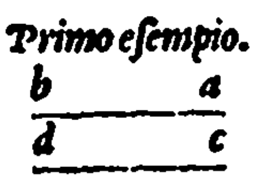
1/1 Quelle cose che à una medesima cosa sono equali, fra loro sono equali.

Il Tradottore.



Esempli gratia: Se per caso la linea. a. fusse equale alla linea. c. & che similmente la linea. b. fusse pur equale alla medesima linea. c. si concluderia che per commune sententia la linea. a. seria similmente equale alla linea. b. perche ogni commune intelletto affermerà questo, ne il nostro intelletto puo credere altramente, & per questo si chiama commune sententia: il medesimo se intende nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Seconda.



2/2 Et se à cose equal siano aggionte cose equali, tutte le somme seranno equali.

Il Tradottore.

Esempli gratia: se per caso fusseno le due linee. a. b. & c. d. equal fra loro, & che alla linea. a. b. aggiongessimo la linea. b. e. & similmente alla linea d. c. (come nel secondo esempio appare) et che la linea. b. e fusse equale alla linea d. f. si cõcluderia, che per commune concettione, ouer sententia, tutta la linea a. e. seria similmente equale a tutta la linea. c. f. perche in uero niun sano intelletto puo dubitar di questo: il medesimo seguita nelle Superficie, Corpi, Angoli, e Numeri.

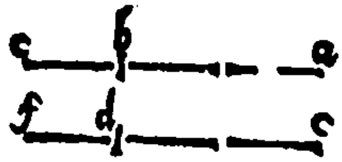
Terza.

Terza.

3 Et se da cose equali seranno tolte cose equali, quelle cose, che resteranno, seranno equali.

Il Tradottore.

Questa è il conuerso della precedente: esempli gratia: se per caso le due linee. a.e. & .c.f. fusseno equali fra loro: & che da quelle ne fusseno tolte, ouero cauate le due parti. b.e. & d.f. & che quelle fussero equali, si concluderia, per commune concettione, li duoi rimanenti, cioe, a. b. & .c.d. essere fra loro equali: perche in vero niuno sano intelletto potrà credere il contrario: il medesimo sequita nelle Superficie, Corpi, angoli, e Numeri.

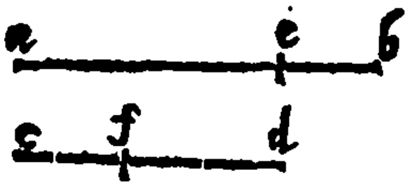


Quarta.

4/5 Et se da cose non equali tu leuarai cose equali, li rimanenti seranno inequali.

Il Tradottore.

Esempli gratia: se fusseno le due linee. a. b. & . c.d. & che la. a.b. fusse maggiore della. c.d. & che si leuasse dalla linea. a.b. la parte. e.b. & dalla. c.d. la parte. f. d. lequal parti fusseno equali fra loro, si concluderia per commune sententia, che li duoi residui, cioè. a.e. & .c.f. fusseno inequali, cioè, che'l residuo. a.e. fusse maggiore del residuo. c.f. perche, il nostro intelletto non puo dubitare di questo; il medesimo seguiterà nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.



Quinta.

5/4 Et se a cose inegual tu aggiongerai cose equali, li resultanti seranno inequali.

Il Tradottore.

Per esemplificare questa, torremo la figura della precedente, per essere il conuerso di quella: esempli gratia: se fusseno le due linee. a.e. & .c.f. inequali, cioe, che la. a.e. fusse maggiore, & che a queste due linee tu gli aggiongesti le parti. e.b. & .f. d. lequal parte fusseno equali fra loro, si concluderia per commune scientia, li duoi resultanti, cioè tutta la. a.b. & tutta la. c.d. essere fra loro inequali, cioè, la. a.b. essere maggiore della c.d. perche, il nostro intelletto non puo dubitare di questo, il medesimo si concluderà nelle Superficie, Angoli, Corpi, & Numeri, &c.

Sesta.

6 Se due cose seranno doppie a una medesima cosa, quelle medesime
6 seranno fra loro equali.

Il Tradottore.

Esempio: Se per caso la linea.a.b.fusse doppia alla linea.c. & che similmente la linea.d.e.fusse pur doppia alla medesima linea.c. si concluderia per commune opinione, ouer sententia le due linee.a.b.& .d.e.esser fra loro equali: perche, in uero niun sano intelletto dubiterà di questo: il medesimo si concluderia nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Settima.

7 Se seranno due cose dellequale una e l'altra sia la mettà di una medesi
7 ma cosa una e l'altra di quelle serà equale all'altra.

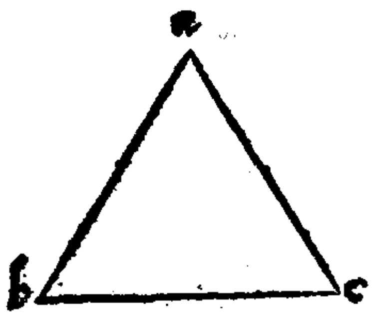
Il Tradottore.

Esempio: Se per caso la linea.a. fuse la mettà della linea.c.d. & che similmente la linea.b.fuse pur la mettà della medesima linea.c.d.si concluderia, per commune concettione, che la linea.a.fuse equale alla linea.b. perche nisuno sano intelletto negarà questo: il medesimo seguita nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Ottaua.

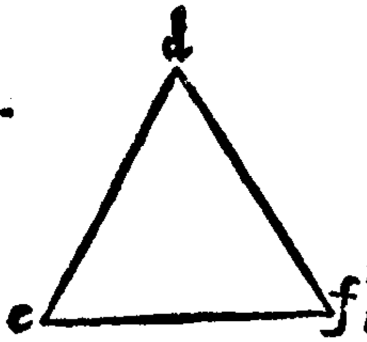
8 Se alcuna cosa sia posta sopra a un'altra, e serà applicata a quella, che
8 l'una non ecceda l'altra, quelle seranno fra loro equali.

Il Tradottore.



Esempli gratia: Se fusseno li duoi triãgoli.a.b.c.et.d.e.f. di tal conditione, che ponendo l'uno di quelli sopra all'altro, si conuenisseno talmente insieme, che uno non eccedesse l'altro in parte alcuna, cioè, che giustasse l'angolo.a.sopra lo angolo.d.& l'angolo.c.si giustasse, ouero conuenisse sopra l'angolo.f.& similmente la linea.a.c.sopra la linea.d.f.e la linea.a.b.sopra la linea.d.e.e la linea.b.c.sopra la linea.e.f. si concluderia per cõmune sententia questi duoi triangoli fusseno fra loro equali: il medesimo si debbe intendere de ogni altra sorte de figura superficiale; & similmente di due linee, cioè, quando si giustasse una linea sopra

pra un'altra, & che si conuenissено talmente insieme, che l'una non eccedesse l'altra dalli capi, ne dalle bande: si concluderia pur per commune sententia che fusseno equali, perche il nostro intelletto non potria creder altramente.



$\frac{9}{9}$

Nona.

Ogni tutto è maggiore della sua parte.

Il Tradottore.

Esempli gratia: se dalla linea.a.b.se ne tagliasse una parte, come seria a dire la b. c. si concluderia per commune sententia, che la detta parte.b.c.fusse minore del tutto, cioè, di tutta la linea.a.b.il medesimo si cōcluderia in ogni altra parte maggiore, ouero minore, & in ogni altra specie di quantità, cioè, in Superficie, Corpi, & Numeri, & similmente nelli Angoli &c.

Altre concettioni, ouero communi sententie aggiunte dal Campano.

Ma egliè da notare che oltra queste commune concettioni dell'animo, ouero sententie, Euclide ne lasciò molte altre, lequal di numero sono incomprehensibili: dellequal questa ne è una.

Se due quantità equali seranno comparate a qual si uoglia terza del medesimo genere, insieme seranno ambedue di quella terza, ouer equalmente maggiore, ouer equalmente minore: ouer insieme equale.

Il Tradottore.

Esempli gratia, se le due linee.a. & .b.fusseno equali fra loro, & che ambedue fusseno comparate a un'altra terza linea, come seria a dire alla. c. dice che per commune scientia si concluderia, che ambedue quelle (cioè.a.et.b.) fusseno ouero equalmente maggiori della detta linea.c.ouer equalmente minori, ouer che tutte tre fusseno equali.

Anchora un'altra.

Quanta è alcuna quantità a qual si uoglia altra del medesimo genere, tanta puo esser qual si uoglia terza ad alcuna quarta del medesimo genere nelle quantità continue, questo uniuersalmente è uero, ouero se li antecedenti seranno maggiori di consequenti, ouero minori, perche la magnitudine, cioè, la quantità continua discresce in infinito, ma nelli numeri non è cosi, ma se il primo serà submultiplice del

 secondo,

secondo, sera qual si uoglia terzo equalmente submultiplice di alcuno quarto: perche il numero cresce in infinito, si come la magnitudine discresce in infinito.

Il Tradottore.

Certamente il Campano, nell'aggionger questa soprascritta seconda concettione, si è dimostrato di puoco giuditio, à uoler che un principiante suppona una cosa che non sa, ne è capace a saper che cosa la sia per fin a tanto che non intende che cosa sia a dire esser una quantità ad un'altra del medesimo genere; laqual cosa si diffinisce nella terza diffinition del quinto libro: e similmente, che cosa sia multiplice e submultiplice si diffinisce nella seconda diffinition del detto quinto. E però io eshorto ogni studente, che non perda tempo in uoler intender queste cose aggionte, impero che la maggior parte sono cose fruste, e che confondon l'intelletto del studente, & interrompon l'ordine dell'Autthore, ilqual è di non parlar d'alcuna cosa auanti la diffinitione di quella (come nuol il debito) similmẽte di non metter cosa alcuna superflua, cioè, che non sia bisognenole in alcuna altra cosa nell'opera sua, e similmente di non essere diminuto, & se pur in alcun luoco pareua che fusse stato diminuto, la causa era processa dalli Scrittori & Copisti: che haueano interlasciato, et trasportato molte sue diffinitioni et propositioni, come in questa nostra tradottione (cauata delle due tradottioni) procedendo si potra uedere, Anchora è suo costume di arguire in ogni sua demostratione con le cose passate, & non con quelle, che hanno da uenire (come nuol il debito) perche in uero delle cose che hanno da uenire si debbe presupponere che il studente non habbia notitia alcuna: laqual cosa non è stata considerata dal Campano.

Hor per far fine a questi primi principij della scientia Geometrica, liquali si cognoscon (come è detto) per l'intelleto, mediante il senso, e non per demostratione, & uenir a quelle cose, che si cognoscon per demostrationi. Bisogna notar qualmente in piu modi si dice l'huomo saper una cosa: perche alcuna uolta dicemo saper quelle cose, dellequal n'habbiamo certezza simplicemente per alcun di nostri cinque sensi: esempli gratia; se io sento uno a cantare io dirò ch'io so che colui canta: & se io uedo uno che corra, io dirò che io so che colui corre, & s'io tocco una cosa dura, ouer molle calda, ouer fredda, io dirò ch'io so che quella cosa è dura, ouer molle, calda ouer fredda, e similmente s'io gusto una cosa dolce, ouer garba, io dirò, ch'io so che quella cosa è dolce, ouer garba, e similmente s'io odoro una cosa odorifera, ò puzzolente, io dirò ch'io so che quella cosa è odorifera, ouer puzzolente: alcuna uolta siamo certi d'alcuna cosa per longa esperientia, perilqual modo cognosciamo le cose medicinali, e questo anchor dicemo saper: Alcuna uolta dicemo saper quelle cose, dellequal ne habbiamo certezza per intelletto: talmente che l'intelletto nostro non puo credere il cõtrario: & questi sono li primi principij delle scientie: liquali, conosciuti li lor termini immediate sono conosciuti: esempli gratia: se alcuno cognosce che cosa sia il tutto, et che cosa sia la parte, egli non puo dubitare che ogni tutto non sia maggiore della sua parte: il medesimo seguita in tutti li altri: nientedimeno il proprio sapere (come afferma Aristotele nel primo della Posteriora) non è altro, che a intendere per demostratione:

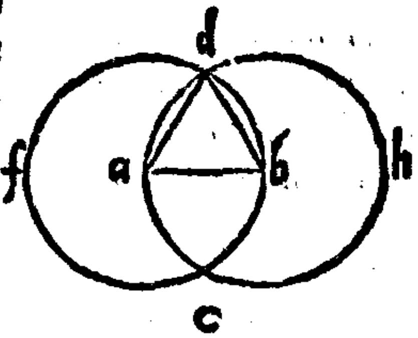
Si conosce le cose medicinale e ancora le morale.

mostratione: e pero propriamente di quelle cose che intendiamo per demostratione, siamo detti hauer la scientia: & di questa sorte di sapere, e di questa scientia si raccoglie da Euclide sopra ogni sua propositione, come procedendo manifestamente, si potra uedere.

Problema prima. Propositione prima.

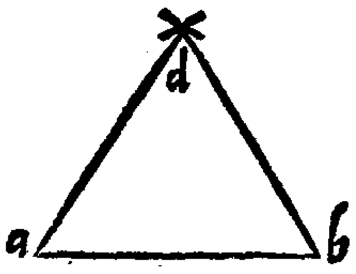
1/1 Posſiamo ſopra una data retta linea coſtituir un triangolo equilatero.

Sia la data retta linea.a.b. uoglio sopra di questa constituir uno triangolo equilatero.& per esequir tal cosa, io ponerò il piede immobile del mio compasso, ouer sesto, sopra l'uno delle estremità della linea, cioè, in ponto a. & l'altro piede mobile lo allargarò insino all'altra estremità, cioe, al ponto.b.& secondo la quantità di essa linea data per la terza petitione, describerò il cerchio.c.b.d.f.dapoi questo di nouo farò cētro l'altra estremità di essa linea, cioè, il ponto.b. & per la medesima petitione (secondo la quantità della medesima linea) linearò il cerchio.c.a.d.b.liquali cerchi se intersecaranno fra loro in duoi ponti, liquali sono.c.& .d.& l'uno de detti (poniamo il ponto,d.) cōtinuarò con ambedue le estremità della data linea, tirando per la prima petitione le due linee.d.a.b,& .d.b, et cosi sera constituido, il triangolo.d.a.b.ilqual dico esser equilatero: perche, dal ponto.a. ilqual è centro del cerchio.c.b.d.f.sono tirate le linee.a.d.& .a.b.per insino alla circonferentia di quello, perilche seranno equal, per la diffinitione del cerchio, similmente anchora: perche, dal ponto.b.che è centro del cerchio.c.a.d.b.sono tirate le linee.b.a.& .b.d.per insino alla circonferentia di quello, quelle medesimamente seranno fra loro equale. Adonque perche l'una e l'altra delle due linee.a. d. & .b,d. è equale alla linea a.b: (come di sopra fu approuato) quelle medesime seranno anchora fra loro equal, per la prima concettione. Adonque sopra la data retta linea habbiamo collocato un triangolo equilatero che è il proposito.



Il Tradottore.

Bisogna notar che quando occoresse di descriuere semplicemente il detto triāgolo equilatero sopra una data retta linea, cioè, che nō fusse dibisogno a far la demostratione di tal operar, non è necessario di descriuer integralmēte li detti duoi cerchi, ma basta solamente a designar quella poca parte doue fanno la intersecatione in ponto.d. (come appare nella seconda figura) & dal detto ponto d.tirar le due linee.d.a.& .d.b. & sera disignatto il detto triangolo: ma uolendo dimostrar, & assignar la causa che quel sia quilatero egli necessario a compire li detti duoi cerchi, & arguire come di sopra fu fatto: il medesimo si debbe intendere in molte delle sequente probleme.

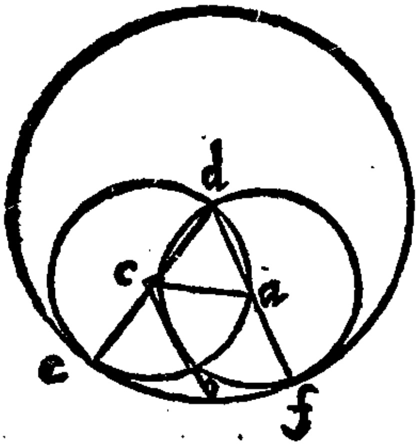


Il Tradottore.

Consequentemente a questa propositione nella prima tradottione, gli è stato aggionto dal Campano il modo di descriuer sopra la medesima linea le altre due specie de triangoli, cioè, il triangolo di duoi lati equali, & quello di tre lati inequali: la qual cosa, per esser superflua, & fuor di proposito, la habbiamo lasciata, perche, chi ben considera l'ordine di Euclide (come di sopra fu detto) trouerà lui non hauer posto alcuna propositione in tutta l'Opra sua in uano cioè, che nõ sia stata bisogneuole nella construttione, ouero speculatione di qualche altra di quelle, che seguitano. Adonque non trouandosi luoco in tutta l'Opra sua, doue sia bisogneuole tal propositione aggionta (maßime per quel modo) si puo dire lei esser cosa superflua, et fuor di proposito, perilche la habbiamo lasciata, per non confonder il studente con tal propositione inutile. Et chi pur uolesse il modo di esequir un tal Problema, la uigesima seconda di questo primo Libro generalmente ce lo dimostra.

Problema.2. Propositione.2.

2 Da un dato ponto posßiamo condurre una linea retta equale a qua-
2 lunque proposta retta linea.



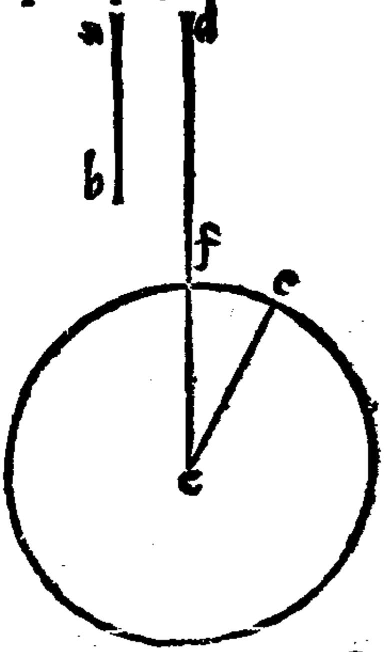
Sia il ponto dato.a. & la linea data.b.c. uoglio dal ponto.a.condurre una linea retta equale alla linea. b.c.(caschi in qual parte si uoglia.) per far adonque questo congiongerò il ponto.a. con una delle due estremità della linea.c.b.(qual mi pare.) hor congiongasi il ponto.a.con la estremità.c. tirata la linea.a.c. sopra laqual linea cõstituirò un triangolo equilatero (secondo la dottrina della precedente) ilqual sia.a.c.d.et in quell'estremità della data linea, con laqual ho congionto il dato ponto, cioè, nella estremità.c.ponerò il piede immobile del mio compasso, & descriuerò sopra di quello un cerchio secondo la quantità della data linea (ilqual sia il cerchio.e.b.) & allongarò il lato del triangolo equilatero che è opposito al ponto dato, cioè, il lato.d.c. per il centro del cerchio descritto per insino alla circonferentia di quello: & sia tutta la linea cosi, protratta la.d.e.et secondo la quantità di quella sopra il centro.d. linearò un cerchio, ilqual sia il cerchio.e.f.e dapoi questo slongarò il lato.d .a. per insino alla circonferentia di questo ultimo cerchio, & quello concorra nella circonferentia di quello in ponto.f. Dico adonque, che la linea,a.f.è equale alla.b.c. perche le due linee.b.c.&.c.e.sono fra loro equale, perche uanno dal centro del cerchio.e.b.alla circonferentia di quello. Si~~milmente anchora le due.d.f.& .d.e. sono fra loro equale, perche etiam loro uanno~~ dal centro del cerchio.e.f.alla circonferentia, & le due linee.d.a.et.d.c.sono etiam equal, perche sono li lati del triangolo equilatero. Adonque se le dette due linee d.

a.&

a.& .d.c. seranno leuate uia dalle due.d.e.& .d.f.che sono fra loro equal, li duoi residui, liquali sono.a.f.& .c.e.seranno eti im equali (per la terza commune sententia.) Adonque perche l'una e l'altra delle due linee.a.f.& .c.b.è equale alla.c.e. quelle medesime sono fra loro equal per laqual cosa dal ponto.a.habbiamo tirata la linea.a.f.equale alla linea.b.c.che è il proposito.

Il Tradottore.

Molti principianti, che anchora non sanno che cosa sia il procedere scientifico demostratiuo, quasi si scandalizzano di questa soprascritta propositione (per la sua bassezza) parendogli (come è il uero) puotersi esseguire tal problema per piu corta uia, cioè, pigliando diligentemente con un compasso la misura della data linea.b.c. & con tale appritura di compasso assignarne un'altra di tal quantità, che termini nel detto ponto.a. laqual cosa (per esser euidente al senso) pare a lui che non si debba, ne si possa negare. A questo se risponde, che eglie il uero che tal conclusione, per esser euidente al senso in materia, mal si puo negare: niente dimeno tal operare non seria demostartiuo, & l'Autthore è tenuto a demostar ogni sua propositione, si operatiua come speculatiua, eccetuando le sei petitioni a lui concesse nel principio: Ma alcuno potria dir che l'Autthore haueria fatto meglio a poner tal propositione per principio, ouero per petitione che per propositione: perche, in uero questa non è meno euidente, ouero concessibile: che il tirar una linea retta da un ponto a un'altro, ouero il slongar una data linea terminata. Cerca a quest'altra particolarità rispondo, che l'Autthore non ha adimandato la concessione delle sei petitioni per esser cose euidenti, ouero facili da conceder, anzi egli l'ha adimandata per esser impossibile a dimostrar alcuna di quelle: & quando egli hauesse possuto trouar modo de dimostrar alcuna di quelle, egli nõ haueria posta quella tale per principio, ne adimãdato che gli fusse concessa, anzi egli la haueria posta per propositione, et quella dimostrata si come ha fatto di questa soprascritta: essendo adonque la soprascritta demistrabile (come di sopra appare) uergogna seria stata all'Autthore hauerla posta per petitione.



Problema.3. Propositione.3.

3/3 Proposte due linee rette inequal, dalla piu longa di quelle posiamo tagliarne una parte equale alla minore.

Siano le due linee.a.b.& .c.d. inequali, & sia la.a.b.minore, uoglio dalla.c.d.tagliarne una parte che sia equale alla.a.b. & per far questo, dal ponto.c. tiro una linea equale alla.a.b. (secondo che se insegna la precedente,) laqual sia la.c.e. farò adonque il ponto.c. centro, et descriuerò un cerchio secondo la quantità della e.c.

e.c.ilqual segarà la linea,c.d.in põto.f.dico adõque che la linea,c.f.sera equale alla linea.c.e. perche, ambedue uengono,dal centro.c. alla circonferentia del medesimo cerchio:e perche una e l'altra delle due linee.a.b.e.f.c.sono equal alla linea.c.e.quelle medesime seranno fra loro equal,che è il proposito.

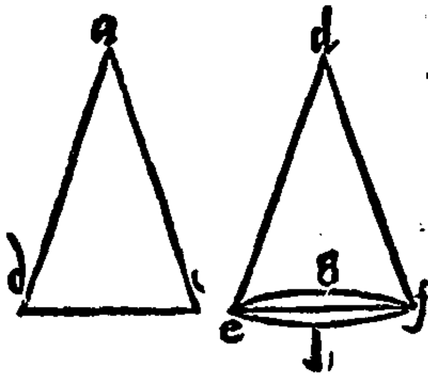
Il Tradottore.

Smilmente di questa soprascritta propositione si come della passata, molti si suogliono scandalizare per le medesime ragioni della passata,perche in uero questa nõ è altro che il conuerso della seconda petitione,laquale dimanda che sia concesso che si possa slongare una data linea retta terminata direttamente in longo quanto ne pare:onde ad alcuno pareria che l'Autthore poteua similmente poner la soprascritta per petitione,cioè,adimandar che fusse concesso che de una data linea retta terminata se ne potesse tagliar quanto ci pare.Cerca à questo rispondo,che la detta seconda petitione è indemostrabile: e la soprascritta è demostrabile, e però uergogna seria stata all'Autthore a poner tal propositione per cosa indemostrabile,essendo demostrabile:e però niuno si debbe scandalizare di tali basse propositione:perche,con queste cose basse,& note,se dimostrerà,poi le cose piu alte,& manco note.

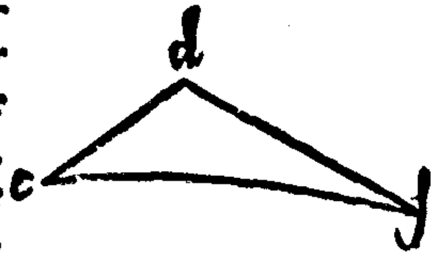
Theorema prima. Propositione.4.

4 De ogni duoi triãgoli,deliquali li duoi lati dell'uno serãno equal alli
4 duoi lati dell'altro: e li duoi angoli di quelli, contenuti da quelli lati equali, seranno equali l'uno all'altro; Anchora le base di quelli seranno equal: & li altri angoli dell'uno alli altri angoli dell'altro: & tutto il triangolo a tutto il triangolo sera equale.

Siano li duoi triãgoli.a.b.c.et.d.e.f.et sia il lato a.b.equale al lato.d.e. & il lato a.c.equale al lato.d.f.et l'ãgolo.a.equal all'ãgolo.d.hor dico che la basa.b.c.e equal all'angolo.f.laqual cosa si approba mettẽdo,mẽtalmente il triãgolo.a.b.c.sopra al triãgolo.d.e.f.talmente che l'angolo.a.caschi sopra all'angolo.d.et il lato.a.b.sopra il lato.d.e.& il lato.a.c.sopra il lato.d.f.& per il conuerso modo della penultima cõcettione,è manifesto,che neli angoli,ne etiam li lati si eccederanno fra loro,perche,l'angolo.a.e equale all'angolo.d.& li lati sopra posti sono equali a quelli doue sono sopra posti,dal presupposito.Adonque li duoi ponti.b.&.c.cadeno sopra li duoi ponti.e.&.f. Se adonque la linea.b.c.cade sopra la linea.e.f.è manifesto il proposito,perche quando la linea.b.c.sia posta sopra alla linea.e.f.& che la non ecceda la detta linea.e.f.ne che etiam lei sia ecceduta da quella,per la penultima concettione,e equale a quella, & per la medesima ragione l'angolo.b.serà equale all'angolo.



l'angolo.e.& l'angolo.c.all'angolo.f.& tutto il triangolo a tutto il triangolo. Ma ſe la linea.b.c. per lo auerſario, non cade ſopra la linea.e.f.neceſſariamente cadera.ouer di dentro del triangolo(ſi come fa la linea.e.g.f.) oueramente fuora del detto triangolo, ſecondo che fa la linea.e.b.f. ilche eſſendo, due linee rette chiuderiano ſuperficie: laqual coſa è contra l'ultima petitione. Adonque glie neceſſario che la linea.b.c.cada preciſe ſopra la.e.f. perilche ſeguita il propoſito.



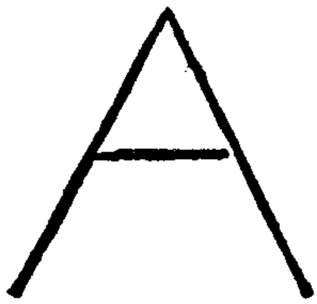
Il Tradottore.

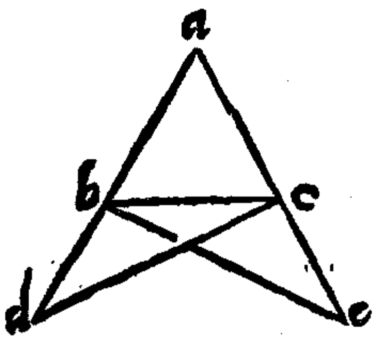
Biſogna notare, che ogni lato d'uno triangolo puo eſſere detto baſa di quello triangolo.

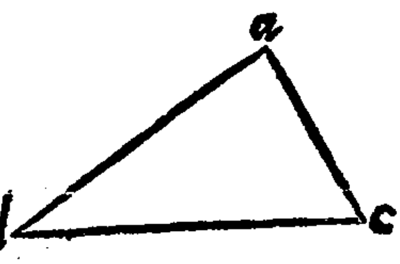
Theorema.2. Propoſitione.5.

5 Li angoli che ſono ſopra la baſa, de ogni triangolo de duoi lati equa
5 li, è neceſſario eſſer fra loro equali, & ſe li duoi lati equali ſiano protratti direttameute, faranno anchora ſotto alla baſa duoi angoli fra loro equali.

Sia il triangolo.a. b.c. delquale il lato.a.b. ſia equale al lato.a.c.dico che l'angolo a.b.c.è equale all'angolo.a.c.b. & s'el ſera protratti, ouer ſlongati li detti duoi lati, poniamo per fina al.d.&.e.farà etiam l'angolo.d.b.c. equale all'angolo:e.c.b. laqual coſa ſe approua in queſto modo. Protratte che ſia li duoi lati.a.b. &.a.c. per la terza propoſitione, farò la linea.a.d.equale alla linea.a.e. & tirarò le due linee.e.b.&.d.c. & intenderò li duoi triangoli.a.b.e.&.a.c.d.liquali io approuarò eſſere equali, & equilateri, & equiangoli, cioè, che li lati dell'uno ſon equali alli lati dell'altro, ciaſcaduno ſuo relatiuo, & ſimilmente li angoli. Perche, li duoi lati.a.b. &.a.e.del triangolo.a.b.e. ſono equali alli duoi lati.a.c.&.a.d. del triangolo.a.c.d.e l'angolo.a.è commune all'un e l'altro: Adonque, per la precedente propoſitione la baſa.b. e. è equale a la baſa. c. d. & l'angolo.e. è equale all'angolo.d. & l'angolo.a.b. è equale all'angolo.a.c.d. Intendo anchora li duoi triangoli.d.b.c.&.e.c.b.liquali ſimilmente approuarò eſſere equilateri & equangoli, Perche li duoi lati.d.b.&.d.c.del triangolo.b.d.c.ſono equali alli duoi lati.e.c.&.e.d.del triangolo. e.b.c. & l'angolo.d. è equale all'angolo .e. Adonque, per la precedente, la baſa dell'un ſerà equale alla baſa dell'altro, & li altri duoi ~~angoli dell'uno~~ alli altri duoi angoli dell'altro, Adonque l'angolo.d.b.c.è equal



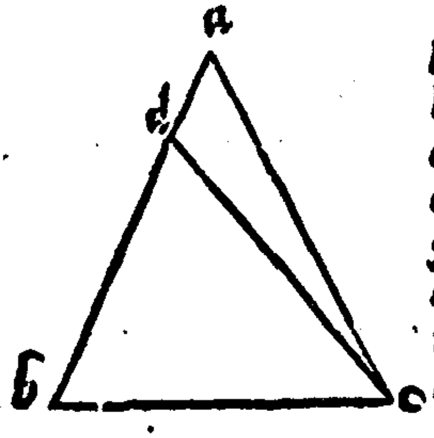




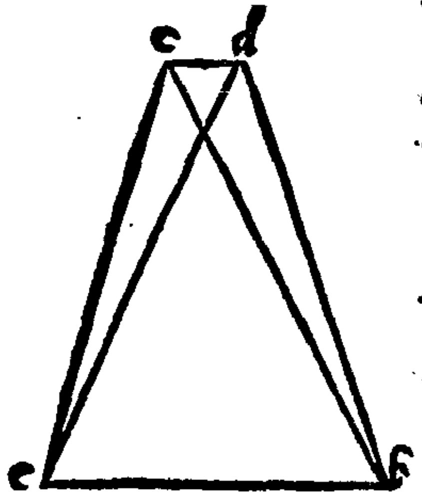
c.è equal all'angolo.e.c.b. & questo è il secondo proposito, cioè, che li angoli, che sono sotto alla basa sono equali, & l'angolo b.c.d.è equale all'angolo.e.b.c. Ma perche tutto l'angolo.a.b.e.è equale all'anggolo.a.c.d.(come di sopra fu approuato) adonque, per la terza concettione, l'angolo.a.b.c.(residuo) è equale all'angolo.a.c.b.(residuo) l'uno è l'altro di quelli è sopra la basa, che è il primo proposito.

Theorema.3. Propositione.6.

6 Se dui angoli de alcun triangolo saranno equali, etiam li dui lati risguardante quelli angoli, saranno equali.
6



Questa è il conuerso della precedente inquanto alla prima parte di quella: perche essendo il triangolo.a.b.c. del quale li duoi angoli.b. & c. siano equali dico che il lato.a.b.è equale al lato.a.c. Perche se non sono equali, per l'aduersario, l'un di quelli necessita sia maggior dell'altro, hor poniamo, che possibile fusse, che il lato.a.b.sia maggiore. Adonque dal lato.a.b. maggiore ne segaremo una parte alla equalità del minore, per la terza propositione, talmente che il superfluo sia dalla banda uerso.a.hor sia resecato in ponto.d. & sia la.b.d.equale alla.a.c.& sia protratta la linea.c.d. Intẽdo adonque li duoi triangoli.a.b.c.& d.b.c.liquali prouerò esser equilateri & equiangoli. Perche li duoi lati.d.b.& b.c.del triangolo.d.b.c.sono equali alli duoi lati. a.c.& b.c.del triangolo a.b.c.e l'angolo.b.è equale all'angolo.c.totale per il presupposito: adunque la basa.d.c. è equale alla basa.b.a.& l'angolo.d.c.b.è equale all'angolo.a.c.b.cioè la parte è equale al tutto, che è impossibile.



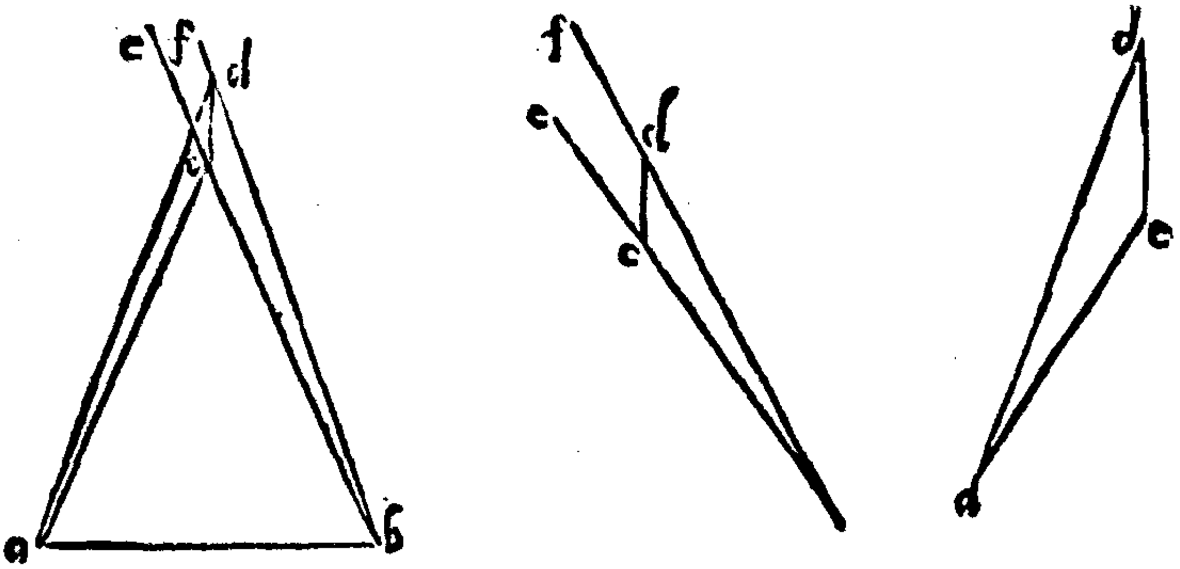
Il Tradottore.

Nota che l'angolo. d.c.b. uerria a esser equale allo angolo.b.ma perche l'angolo, a.c.b.è etiam lui equale al detto angolo. b. dal presupposito seguita per commune sententia l'angolo, d.c.b. esser equale all'angolo.a.c.b. la parte al tutto che è impossibile.

Theorema.4. Propositione.7.

7 Se dalli duoi ponti terminanti alcuna linea retta uscirãno due linee
7 rette, lequale concorrino a uno medesimo ponto è impossibile dalli medesimi ponti esser dutte altre linee equale alle sue conterminale che concorrino ad altro ponto da quella medesima parte.

Sia



Sia la linea.a.b.dalle estremità dellaqual siano protratte da una medsiema parte due line rette, lequale concorrino in uno medesimo ponto, come saria la linea a.c.& la b.c. lequale concorrono nel ponto.c. Dico che in quella medesima parte, non potranno esser tirate dalle medesime estremità due altre linee, lequale concorrino ad altro ponto che nel ponto.c.domente che quella laquale serà tirata dal ponto.a.sia equale alla linea.a.c.& quella che serà tirata dal ponto.b.sia equale alla linea.b.c. laqual cosa, sel fusse possibile, per l'aduersario siano tirate due altre linee da quella medesima parte (cioè uerso.c.) lequale concorrino nel ponto.d. & sia la linea.a.d.equal alla.a.c. e la linea.b.d.equale alla linea.b.c. Adõque, ouer che'l ponto cade dentro del triangolo, ouer de fora, perche non puo caderne in l'uno & l'altro lato, perche all'hora la parte seria equale al suo tutto. Ma se quel cade di fora, ouer l'una delle due linee.a.d.e.b.d.segarà l'una dell'altra due linee.a.c.ouer.b.c. ouer amente che ne l'una ne l'altra seranno segate ne dall'una ne dall'altra; hor poniamo che l'una delle due seghi l'altra delle altre due, come apar in la prima figura e sia protratta la linea.c.d. Adõque pche li duoi lati.a.c.et a.d.del triãgolo.a.c.d.sono equali l'angolo.a.c.d.serà equale all'angolo.a.d.c. (per la quinta propositione) similmente perche nel triangolo.b.c.d. li duoi lati.b.c.& .b.d. sono equali li dui angoli.b.c.d.& .b.d.c.seranno similmente equali(per la medema propositione) & perche l'angolo.b.d.c.e maggiore dell'angolo.a.d.c. (sua parte) seguita che l'angolo.b.c.d.sia maggiore dell'angolo.a.c.d. donde che la parte seria maggiore del suo tutto laqual cosa è impossibile. Ma se'l ponto.d. cade de fora del triangolo.a.b.c. talmente che le linee non si seguino come nella seconda figura appare protrarò la linea .d. c.& allongarò le due linee. b.d.& . b.c.sotto alla basa per fina al.f.& al.e. & perche le linee.a.d.& .a.c. son equale li dui angoli.a.c.d.& .a.d.c. seranno equali (per la quinta) similmente perche, la.b.c.e la.b.d.son equale li angoli che sono sotto alla basa(liquali sono.c.d.f.& .d.c.e.)seranno equali(per la secõda parte della medema quinta) adonque perche l'angolo.e.c.d.e minor dell'angolo. a. c. d. seguita che l'angolo. f. d. c. sia minor dell'angolo. a. d. c. laqual cosa è impossibile, cioè ch'el tutto sia minor della parte, & per il medesimo modo se

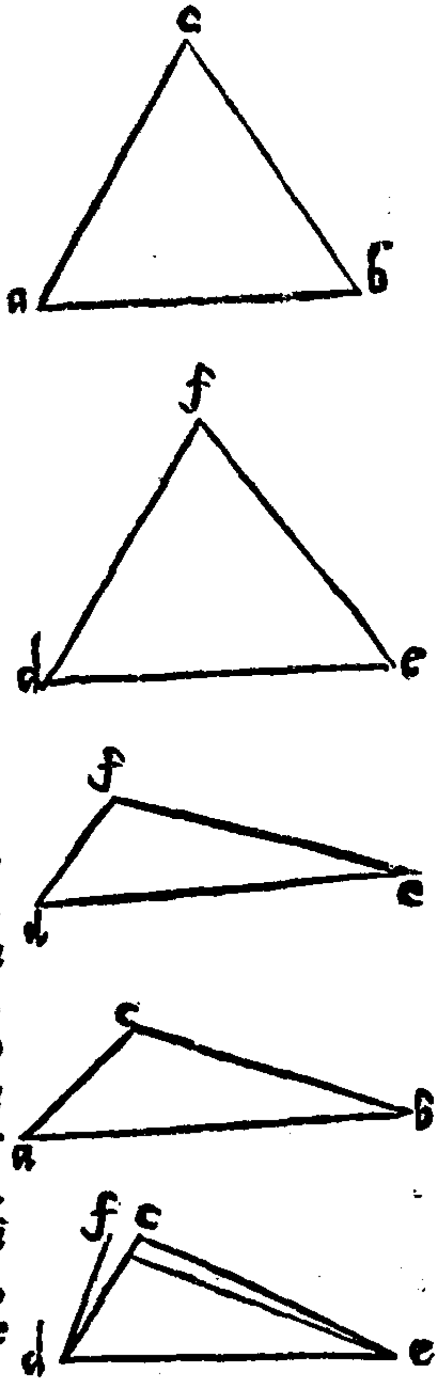
vedurà

vedurà l'aduersario al inconueniente quando che'l ponto. d.cadesse dentro del triangolo.a.b.c.

Theorema.5. Propositione. 8.

8 De ogni dui triangoli delli quali li dui lati di l'uno siano equali alli
8 duoi l'ati dell'altro & la basa dell'uno sia equale alla basa di l'altro, li angoli contenuti dalli lati equali è necessario esser equali.

Siano li dui triãgoli.a.b.c.d.e.f. e sia lo lato.a.c.equale allo lato.d.f. & lo.b. è equale allo.e.f. & la basa a. b.equale alla basa.d.e. Dico che l'angolo.c.è equale al l'angolo.f.e.l'angolo.a.all'angolo.d.& l'angolo.b . al l'angolo.e. & per dimostrar questo io ponerò mentalmente la basa.a.b. sopra la basa. d.e.& perche sono equal niuna di quelle eccederà l'altra (per lo conuerso modo della penultima concettione) adonque ouer che il ponto.c.cade sopra il ponto.f.ouer non, ma ponendo che il ge cada essendo adonque l'angolo.c.soprapo sto all'angol.f. le due linee.a.c.& .b.c.se conuegneranno sopra al le due.d.f.& .e.f. per esser equale fra loro dal presupposito per lo conuerso modo della detta penultima concettione adonque perche l'angolo.c.non eccede ne si ecceduto dall'angolo.f.sono fra loro equali.(per la medesma concettione) similmente arguirai li altri angoli esser fra loro equali. Ma sel fusse possibile per l'aduersario chel ponto.c. non cadesse sopra al ponto.f. ma in altro loco come seria dire nel ponto g. hor perche la linea. a.c. (che ueria a esser la.g.d.) è equale alla.d.f.& la linea.b.c.(che ueria a esser la.e.g.) è equale alla linea. e.f.e quelle tirate da una medesima parte concorreno in duoi diuersi ponti cioè nel ponto.g. & nel ponto.f.la qual cosa è impossibile per la precedente, adonque per forza el ponto.c.caderà sopra al ponto.f. & l'angolo.c. conuegneranno sopra l'angolo.f. & similmente li altri dui angoli conuegneranno sopra al suo corespondente, adonque seranno equali per la penultima concettione che è il proposito.

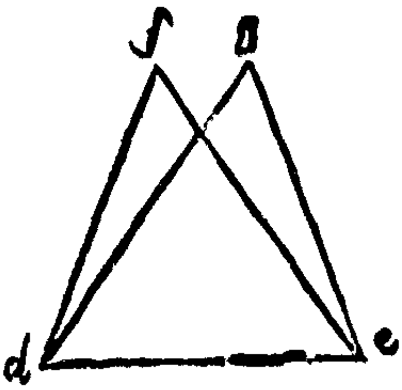


Problema.4. Propositione.9.

9 Puotemo diuidere uno dato angolo rettilineo in due parti equali.
9

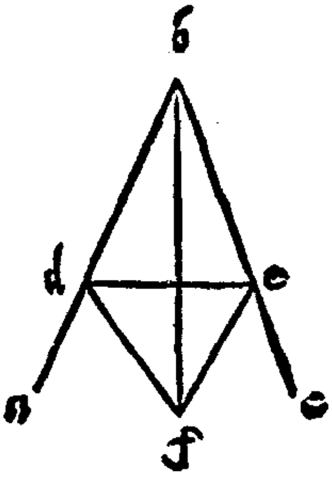
Sia el dato angolo che bisogna diuidere: l'angol.a.b.c.io tagliarò dalle due linee. a.b.& .b.c. (che contengono il detto angolo) le due.b.d.& .d.e.(per la terza propositione)

sitione) fra loro equale, & si produrò la linea.d.e.sopra di laquale, costituerò il triangolo.d.f.e.equilatero (per la prima propositione) et tirarò la linea.b.f.hor dico che quella diuide il detto angolo dato in due parti equale, & per dimostrar questo: io intendo li duoi triangoli.d.b.f.&.e.b.f. & perche li dui lati.b.d.&.b.f.del triangolo.d.b.f.sono equali alli duoi lati b.e.&.b.f.del triangolo.e.b.f.e la basa.d.f.alla basa.e.f.adonque (per la precedente) l'angolo.d.b.f.è equale all'angolo.e.b.f. che è il proposito.



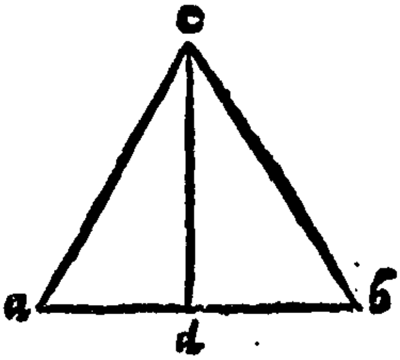
Il Tradottore.

In questa si come nella prima, bisogna notar che per diuidere simplicemente il detto angolo.a.b.c.in due parti equali, cioè non uolendo far la demostratian di tal operare nõ è necessario a disignare il triangolo.d.f.e.& manco a tirare la linea.d.e. ma basta solamente a trouar il ponto.f.per mezzo della intersecatione delle circonferentie di dui cerchi (come sopra la prima propositionfu detto) & dapoi tirare la linea.b.f.& serà esequido tal problema, & cosi aduertirai nelle altre che seguitano, perche molte cose se fa per poter far la demostratione.

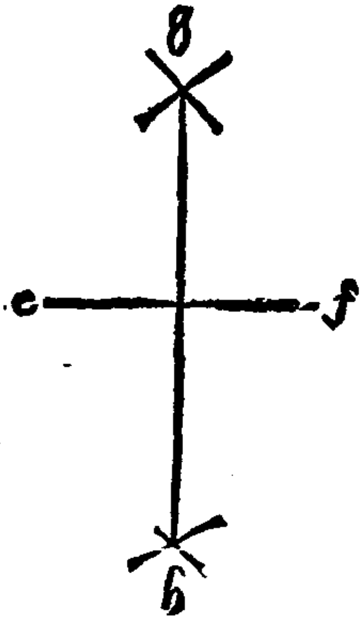


Problema.5. Propositione.10.

10 Puotemo diuidere una proposta retta linea
10/10 in due parti equale.



Sia la proposta retta linea che è di bisogno diuidere in due parti equali la linea. a.b. sopra di quella costituerò il triangolo.a.b.c.equilatero, & dopo questo diuiderò l'angolo.c.in due parti equali per la dottrina della precedente con la linea.c. d.hor dico che la linea.c. d. diuide la data linea.a.b. in due parti equali in ponto.d. e per dimostrar questo intendo li dui triangoli.a.c.d.et. b.c.d. & arguisco in questo modo li dui lati.a.c.&.c. d.del triangolo.a.c.d.sono equali alli duoi lati. b.c. &. c.d.del triangolo.b.c.d. e l'angolo.c. del l'un è equal al l'angol.c.dell'altro adonque (per la quarta) la basa.a. d.serà equale alla basa, b.d. seguita adonque che la linea. a.b. sia diuisa in due parti equale nel ponto.d.che è il proposito.



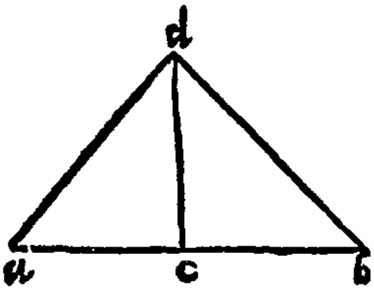
Il Tra-

Il Tradottore.

Anchora per diuidere simplicemente una data linea in due parti equale (poniamo la linea.e.f.) basta a trouar le due opposite intersecatiõe (quali sian g.e.h) di duoi cerchi che occoreno nel formar il triangolo equilatero e la linea.g.h.tirata dal l'una intersecatione all'altra farà il proposito.

Problema.6. Propositione.11.

11/11 Data una linea retta, da un ponto signato in quella potemo cauarui una perpẽdicolar sustentata dall'una è l'altra parte da dui angoli equali e retti.

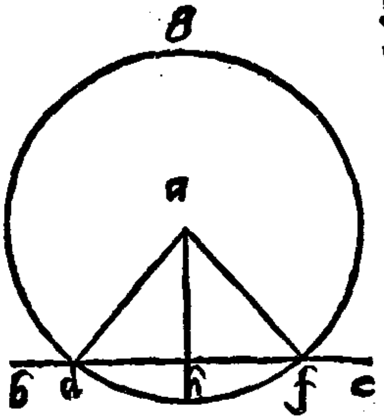


Sia la data retta linea.a.b. nella qual sia dato il ponto.c. dalquale sia dibisogno tirar fora una perpendicolar. Adonque uolendo esequir tal effetto faccio la linea.b.c. equal alla linea.a.c. & sopra a tutta la.a.b.constituisco il triangolo a.b.d. equilatero: & dapoi tiro la lina.c.d.laquale dico esser perpendicolare sopra la detta linea.a.b.c.per dimostrar tal cosa intendo li dui triangoli.a,c.d.& .b.c.d.e perche li dui lati.a.c.& .c.d.del triangolo.a.c.d.son equali alli dui lati.c.b.et.c.d. del triangolo.b.c.d.et la basa.a.d. a la basa.b.d. adõque (p l'ottaua) l'angolo.a.c.d.serà equale all'angolo. b.c.d. per laqual cosa ciascun di loro serà retto (per la ottaua diffinitione) & la linea.d.c.sorà prependicolar sopra la linea.a.b.che è il proposito.

Problema.7. Propositione.12.

12/12 Puotemo condurre una perpendicolare a una data retta linea de in definita quantità:da uno ponto signato fora di quella.

Interlasata dal cardano cautamẽte.

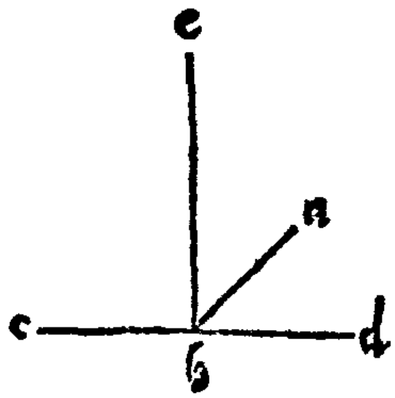


Sia il põto.a.signato fora della linea.b.c. dalqual bisogni condure una perpẽdicolare alla detta linea.b.c.adõque per esequir tal cosa allongarò la linea a.b.c. in l'una è l'altra parte quanto bisogna, & sopra al ponto.a. descriuerò un cerchio di tal grandezza che seghi la detta linea.a.c. in dui ponti ilqual pongo sia il cerchio.d.e. f.g. ilquale seghi la linea.b.c.nelli dui ponti.d. & .f.dapoi congiongerò il ponto.a.con li dui ponti.d.& .f.con le due linee.a.d.& .a.f.& dapoi diuiderò l'angolo.d.a.f. in due parti quali con la linea.a.h. (per la nona propositione) hor dico che la linea. a. h. e perpendicolare sopra la linea.b. c. & per dimostrar questo intendo li duoi triangoli.a.d.h.& .a.f.h. & perche li duoi lati:a.d.& .a.h.del triangolo.a.d. h.sono equali alli duoi lati.a.f. & .a.h. del triangolo.a.f.h. perche le due linee.a.d. & .a.f.

& .a.f. uengono dal centro alla circonferentia, lo lato.a.b. è cōmune ad ambiduoi, e l'angolo.a. dell'uno è equale all'angolo.a. dell'altro, & per la quarta propositione, la basa.d.b. serà equale alla basa.b.f. & l'angolo.a.b.d. all'angolo.a.b.f. per laqual cosa l'uno & l'altro serà retto, per la ottaua diffinitione, & per la nona, la linea.a. b. serà perpendicolare sopra la linea.b.c. che è il proposito.

Theorema.6. Propositione.13.

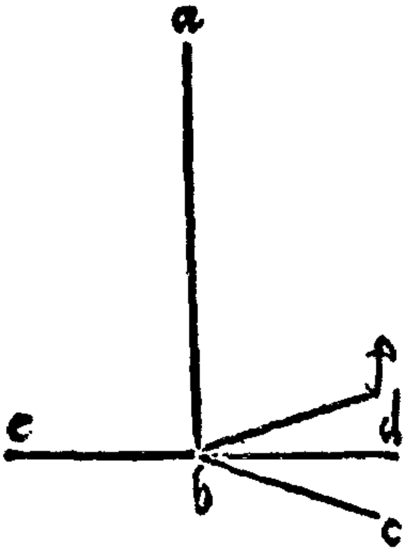
13 Li duoi angoli constituidi de ogni linea retta, che stia sopra a una li-
13 nea retta, ouero che sono retti, ouero che son equali a duoi angoli retti.

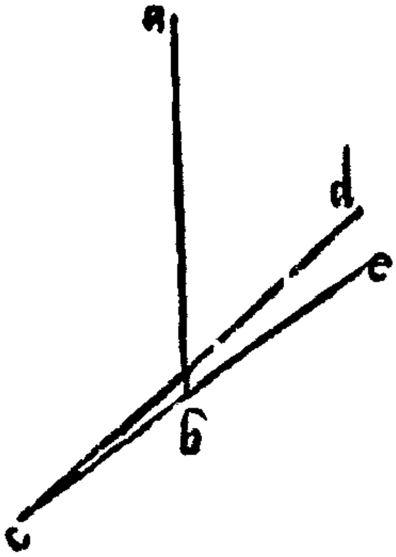


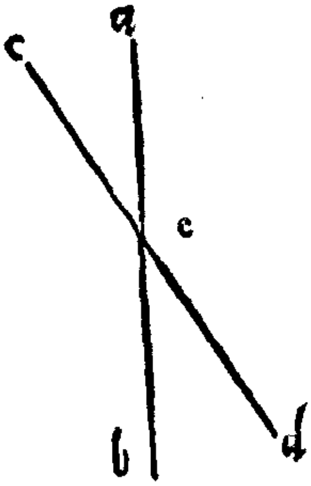
Sia che la linea.a.b. stia sopra alla linea.c.d. dico che li duoi angoli constituidi dalla detta linea.a.b. con la linea.c.d. ouer che sono ambiduoi retti. ouer che son equali a duoi angoli retti, liquali angoli l'uno è l'angolo.a.b. d. & l'altro è l'angolo.a.b.c. & per dimostrar questo arguirò in questo modo. Ouer che la linea.a.b. serà perpendicolare sopra la.c.d. ouer non: se la serà perpendicolare sopra la detta linea.c.d. constituerà duoi angoli equali è retti: per lo conuerso modo della ottaua diffinitione, che è il primo proposito. Ma se la non serà perpendicolare, ma che quella sia declināte sopra quella, poniamo uerso.d. all'hora la detta linea.a.b. constituerà duoi angoli, l'uno di quali serà acuto, cioè l'angolo.a.b.d. et l'altro serà ottuso cioè l'angolo. a.b.c. hor dico che questi duoi angoli insieme sono equali a duoi angoli retti, & per dimostrar questo, dal ponto.b. condurò la perpendicolare.b.e. per l'undecima propositione, sopra la linea.c.d. dellaquale li duoi angoli.e.b.c. & .e.b.d. sono retti, per lo conuerso modo della ottaua diffinitione, adonque perche li duoi angoli.d.b.a. et.a. b. e. se equaliano all'angolo.d.b.e. ilqual è retto, giontoli anchora l'angolo.c.b.e. che è retto, tutti tre seranno equali a duoi angoli retti, perche li duoi, cioe.d.b.a. et.a.b.e. sono equali all'angolo.d.b.e. che è retto: il terzo, cioe l'angolo.e.b.c. da si è retto, però tutti tre sono equali a duoi retti, ma l'angolo.a.b.c. ottuso è equale a duoi di quelli tre angoli, cioe all'angolo.c.b.e. che è retto etiam all'angolo.e.b.a. adonque li duoi angoli.a.b.c. & .a.b.d. sono equali a duoi angoli retti, che è il proposito. Et nota che per questa propositione si manifesta che tutto il spacio che circonda un ponto, in qual si uoglia superficie piana, sempre quello serà equale a quattro angoli retti.

Theorema.7. Propositione.14.

14 Se da uno ponto de una linea retta usciranno due linee rette in diuer
14 se parti, & farà li duoi angoli attorno in se retti, ouero equali a duoi an
goli retti, quelle due linee fra loro sono congionte direttamente, & sono una sol linea.



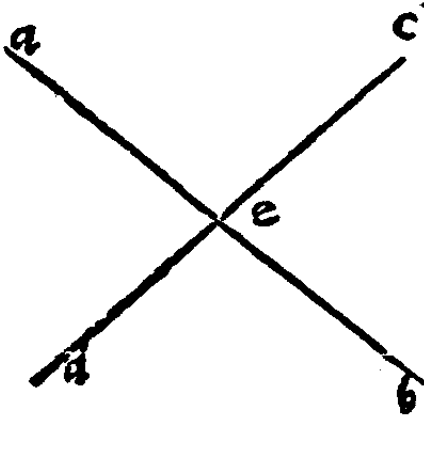




Sia la linea retta,a,b, & , dal ponto, b, usciano due linee rette in parte opposite , et l'una sia la linea.b.c. & dall'altra parte opposita, sia, la linea.b.d. lequal linee feciano li duoi angoli , liquali son,c,b,a,&,d,b,a, equali a duoi angoli retti. hor dico che le due linee.c.b.&.d.b.sono congionte direttamente l'una & l'altra & sono una sol linea,laqual è la linea.c.b.d.& se la non serà una sol linea,per l'auersario , sia protratta la linea,c,b,in continuo & dritto, & per non esser una linea con la linea,b,d,transirà ouer di sopra della detta linea.b.d.come fa la,b,f, ouer di sotto come fa la.b.e. Adonque perche sopra della linea,c,b,f,gli cade la linea.a.b. li duoi angoli.a.b.c.&.a.b.f. per la precedente seran equali a duoi angoli retti , & perche li angoli retti sono equali fra loro , per la quarta petitione , anchora li duoi angoli.c.b.a. & .d.b.a.son equali a duoi angoli retti,dal presupposito, perilche li duoi angoli,a,b,c,&,a,b,f, seran equali alli duoi angoli,c,b,a,&,d,b,a, adonque cauando communemente l'angolo,c,b,a,li duoi rimanenti,per la terza cō cettione,seranno fra loro equali,cioè l'angolo.d.b.a.seria equal all'angolo,f,b,a laqual cosa è impoßibile che la parte sia equale al tutto , & per la medesima uia tu approuerai,la linea.c.b.protratta per fina in.e.che l'angolo.a.b.d.serà equal all'angolo,a,b,e, che è pur impoßibile,per laqual cosa serà constretto l'auersario a confirmare che protratta la linea,c,b,caderà precise in la linea,b,d,et la linea,c,b,d , esser una sol linea, e non due,che è il proposito.

Theorema.8. Propositione.15.

15
15



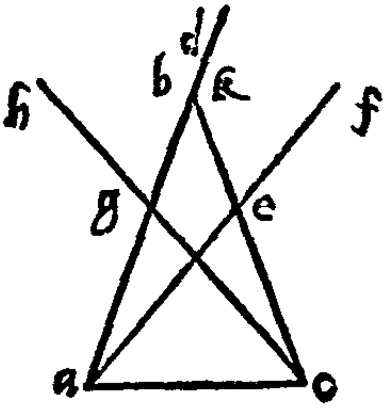
Tutti li angoli cōtrapositi de ogni due linee rette che si seghino,fra loro sono equali , perilche eglie manifesto che quando due linee rette si seghino fra loro , li quattro angoli che fanno essere equali a quattro angoli retti .

Siano le due linee rette.a.b.&.c.d.lequali se seghino fra loro in ponto.e. Dico che l'angolo. d.e.b. è equal all'angolo.a.e.c.et l'angolo.b.e.c.è equal all'angolo. d. e.a.perche li duoi angoli.e.c.&.c.e.b.,son equali a duoi angoli

angoli retti, per la tertiadecima propositione, & similmente li duoi angoli.c.e.b.& d.e.b.sono pur equali a duoi angoli retti, per la medesima propositione. A donque li duoi angoli.a.e.c.& .c.e.b. sono equali alli duoi angoli.c.e.b.& b.e.d.perche cosi li duoi primi come li duoi secondi sono equali a duoi angoli retti: hor se communamẽte leuaremo, cosi alli duoi primi come alli duoi secondi, l'angolo,c,e,b,li duoi rimanenti,che son li duoi angoli.a.e.c.& .b.e.d.seranno fra lor equali, per la tertiadecima concettione, & per lo medesimo modo se approua l'angolo.c.e.b.esser equale al l'angolo.d.e.a.che è il proposito.

Theorema. 9. Propositione. 16.

16/16 Essendo protratto direttamente un lato d'un triangolo, qual ne pare, quel farà l'angolo estrinsico maggiore dell'uno e dell'altro angolo intrinsico del triangolo a se opposito.



Sia che'l triangolo. a. b. c.sia protratto el lato.a. b. per fina in d. Dico che l'angolo.d.b.c.è maggiore di l'uno & dell'altro di duoi angoli di dentro del triangolo a lui oppositi, delliquali l'un è l'angolo.b.a.c. e l'altro è l'angolo.b.c.a. & per dimostrar questo io diuiderò il lato.c.b.in due parti equali, per la dottrina della decima, in ponto. e. & protrarò la linea.a.e. per fin al ponto.f. talmente che la.f.e. sia equale alla.a.e.poi tirarò la linea.f.b. & fatto questo io intendo li duoi triangoli. c.e. a. & .b.e.f.& perche li duoi lati.a.e.& .e.c.del triangolo.a.e.c.sono equali alli duoi lati.f.e.& .e.b.del triangolo.f.e.b.& l'angolo.e.dell'uno si è equale all'angolo. e.dell'altro, per la precedente propositione, perche sono angoli contrapositi, & per la quarta propositione, l'angolo. e.c.a. serà equale all'angolo.e.b.f. e per tanto l'angolo.e.b,d.qual è maggiore dell'angolo.e.b.f.sua parte, serà etiam maggiore dell'angolo.a.c.e.per esser l'angolo.a.c.e.equal al.e.b.f.sua parte, & cosi hauemo dimostrato come l'angolo. c.b. d. de fuora del triangolo è maggiore dell'angolo.a.c.b. di dentro del triangolo a lui opposito. Similmente anchora se approua che lui è maggior dell'angolo.c.a.b. Perche diuiderò il lato.a.b. in due parti equale nel ponto.g.per la decima propositione, & protrarrò la linea.c.g.per fin in h.talmente che la.g.h.sia equale alla.g.c.per la tertia propositione, dapoi protrarrò la.h.b.k. poi intendo li duoi triangoli.a.c.g. & .g. b.h.che li duoi lati.a.g.& g.c.del triangolo.a.g.c.sono equali alli duoi lati. g.b.& . g.h. del triangolo.g.b.h.& l'angolo.g.dell'uno è equale all'angolo.g.dell'altro, per la precedente propositione, & per la quarta propositione, l'angolo.g.a.c.è equale all'angolo.g. b.h.hor perche l'angolo.k.b.d. è equale all'angolo contraposito.g.b.h. per la precedente propositione, serà etiam equale all'angolo. c.a.g.per la prima concettione, & perche l'angolo.c.b.d.è maggiore dell'angolo k.b.d.sua parte, serà etiã maggiore dell'angolo.g.a.c.a quello equale, che è il proposito.

Il Tradottore.

Bisogna aduertir che la linea.h.b.ꝑtratta uerso.f.de necessità passa sopra alla linea *b,f.perilche la linea,b,k,nõ se discerne dalla linea,b,f,per esser in quella medesima.*

Theorema.10. Propositione.17.

17 Duoi angoli di ogni triangolo (tolti come si uoglia) sono minori de

17 duoi angoli retti.

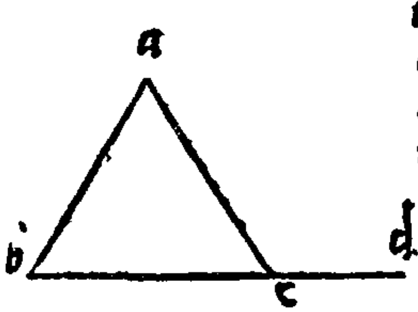
Sia il triangolo. a.b.c. Dico che qualunque duoi angoli di quello sono minori de

Per la *duoi angoli retti, pche essendo protratto un lato di quello, come seria il lato,b,c,per*

pced. *sina al d.per la precedente, l'angolo,c,estrinsico seria maggiore del angolo a, etiam*

Per la *maggiore dell'angolo,b,ma l'angolo,c,estrinsico insieme con l'angolo,c,intrinsico so*

13. *no equali a duoi angoli retti,per la tertiadecima. Adunque li duoi angoli,b, &,c, intrinsici seranno minori de duoi angoli retti, & similmente l'angolo.a. insieme cõ l'angolo. c.(intrinsico) seranno pur minori di duoi angoli retti, perche all'angolo,c, intrinsico uolendo equaliare a duoi angoli retti bisognaria accõpagnarlo con un'altro angolo che fusse equale all'angolo,a,c,d, estrinsico, dilche alcun di quelli duoi intrinsici (a lui oppositi) cioe a, & b,non sono sufficienti,per esser ciascun di loro minori del detto angolo,a,c,d,estrinsico. Similmente se'l serà protratto il lato,b,a,per il medesimo modo el si approuerà che li duoi angoli,a, &, b, sono minori de duoi angoli retti,che è il proposito.*

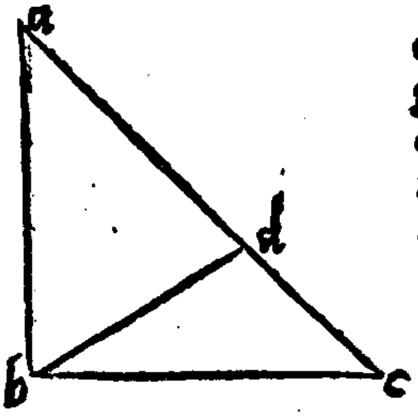


Theorema.11. Propositione.18.

18 Il lato piu longo de ogni triangolo è opposito al maggior angolo.

18 *Sia come in lo triangolo,a,b,c, ilquale ha il lato, a, c,maggiore del lato,a,b.Dico che l'angolo,a,b,c,è maggiore dell'angolo,b,c,a. Perche il lato,a,c, è maggiore del lato,a,b,della parte uerso,a, ne segaremo una parte equale al,a,b,per la tertia propositione, qual sia la, a,d,et produrrò la linea,b,d,(per la prima petitione.) Ma perche l'angolo,a,d,b,estrinsico del triangolo,b,d, c,per la sestadecima propositione,è maggior dell'angolo, b,c,d, intrinsico a lui opposito,& l'angolo,a,d,b, è equale all'angolo, a,b,d,per la quinta propositione,per che il lato,a,d,fu posto equale al lato,a,b. Adonque l'angolo,a,b,d,serà anchora lui maggiore del detto angolo,c,dilche se l'angolo,a,b,d, (per se solo) è maggior del c,molto piu tutto l'angolo,a,b,c,serà maggior del detto angolo,c, che è il nostro proposito. Anchora,perche il lato,a,b,è maggiore del lato,b, c, per lo modo dato di sopra,se potrà prouar che l'angolo,b,c,a,è maggior dell'angolo,b,a,c.*

Per la 3.
Per la 16.
Per la 5.



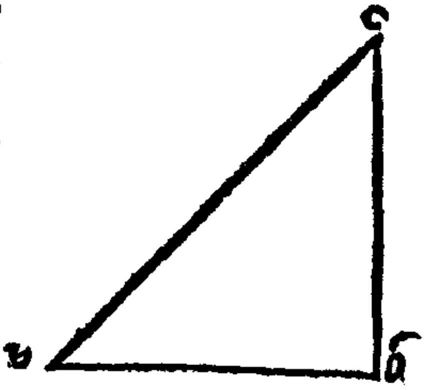
Theorema.12. Propositione.19.

19 Il maggior angolo de ogni triangolo,e opposito al piu longo lato.

19 *Sia il triangolo,a,b,c,hauente l'angolo,a, b, c, maggior dell'angolo,b,c,a. Dico che il lato,a,c,è maggior del lato, a, b. Perche se'l detto lato, a, c, non è maggior del lato,a, b, per l'auersario, l'è necessario che'l sia adonque ouer equal a lui,*

ouer

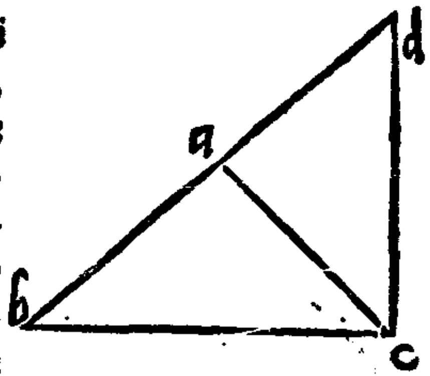
ouer minor di lui, se eglie equale a lui l'angolo,a,c,b,seria equale all'angolo,c,b,a, per la quinta propositione, che seria contra il presupposito nostro, ilqual fu che l'angolo,a,b,c, fusse maggior dell'angolo,b,c,a. Adonque lo lato,a,c,non puo esser equale al lato,a,b, Dico anchora che'l non puo esser minore, perche se'l lato a,c,fusse minore del lato,a,b,l'ãgolo,a,b,c,seria minor dell'angolo,a,c,b, (per la precedende) che seria molto contrario al nostro presupposito, ilqual fu che l'angolo a,b,c, fusse maggiore dell'angolo,a,c,b. Adonque sel lato,a,c,non puo esser ne equale ne minore del lato,a,b,l'è necessario che'l sia maggiore,che è il proposito.



Theorema.13. Propositione.20.

20/20 Duoi lati di ogni triangolo (tolti come si uoglia) gionti insieme sono piu longhi del restante lato.

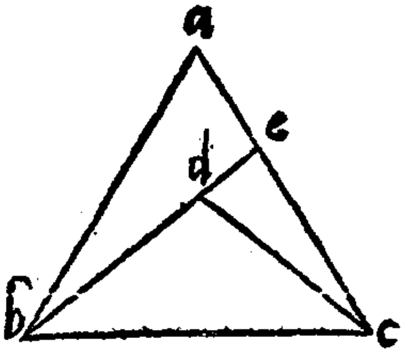
Sia il triangolo,a,b,c. Dico che li duoi lati,a,b,&,a,c,gionti insieme sono piu longhi del lato,b,c,& per dimostrar questo,sia protratto la linea,b,a,per una in,d, talmẽte che la, a,d, sia equale alla,a,c,poi sia tirata la linea,c,d, Et per la quinta, l'angolo,a,c,d,serà equale all'angolo,d, & perche tutto l'angolo,b,c,d,è maggiore dell'angolo,a,c,d, (sua parte)serà etiam maggiore dell'angolo,d, Adonque, per la decimanona propositione,il lato,b,d,serà maggiore del lato,b,c, Ma il lato,b,d, è equale alli duoi lati,a,b,&,a,c, per laqual li duoi lati,a,b, &,a,c.gionti insieme sono maggiori del lato,b,c,che è il proposito.



Theorema.14. Propositione.21.

21/21 Se dalli duoi ponti terminanti un lato d'un triangolo usciranno due linee rette, & che quelle si congiongano in un ponto che sia di dentro del triangolo, quelle medeme due linee certamente seranno piu breue delle altre due linee del triangolo, e conteniranno maggior angolo.

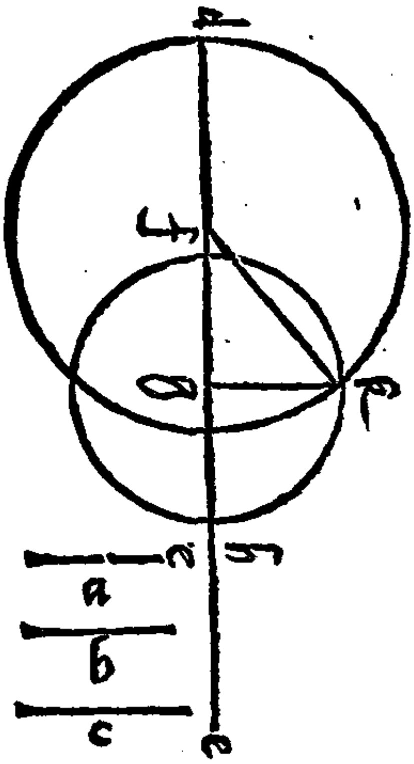
Sia come in questo triangolo,a,b,c, che dalle due estremità del lato,b,c, uscíscano le due linee, b, d,et,c, d,lequale concorrano de dentro del triangolo a,b,c,nel ponto,d, dico che le dette due linee,b,d,&,c,d,insieme gionti sono piu corte che le due linee, b,a, &,c,a,(lati del triangolo,a,b,c,) insieme gionti. Et che l'angolo,b, d,c,cõtenuto da quelle è maggiore dell'angolo b,a,c,cõtenuto dalli predetti duoi lati,& per dimostrar questo slõgarò il lato,b,d, p fin che seghi il lato,a,c, in põto. e, hor dico che li duoi lati,a,b,e,et a,e,del triãgolo.a, b,e,



gionti insieme sono maggiori del lato.b.e.per la uigesima propositione,& giongendoui equalmente la parte, ouero linea.e.c.li duoi lati.a.b.& .a.c.seranno maggiori insieme gionti delli duoi lati.b.e. & .e.c.(per la quinta concettione) laqualcosa serba in mente, poi perche li duoi lati.d.e.& .e.c.del triangolo.c.d.e.gionti insieme sono maggiori del lato.d.c.(per la medesima uigesima propositione)giontogli communemente la linea.d.b.li duoi lati.b.e.& , e.c.seranno anchora maggiori delli duoi lati.b.d.& .d.c.(per la quinta concettione)donde se li duoi lati.b.e.& .e.c.sono maggiori delle due linee protratte.b.d.& .d.c. & che li duoi lati.a.b.& .a.c.sono maggiori delli ditti duoi lati.b.e.& .e.c,(come di sopra fu approuato, quando dissi,serba in mente)tanto maggiormente seranno maggiori delle dette due linee protratte.b.d.& .d.c.che è il proposito.Ma,perche l'angolo.b.d.c.e maggiore dell'angolo,d.e.c.(per la sesta decima propositione)& l'angolo.d.e.c.per la medesima decimasesta propositione, è maggior dell'angolo.e.a.b.adonque molto maggior serà l'angolo.b.d.c.del ditto angolo.b.a.c.che è il secondo proposito.

Problema.8. Propositione.22.

22
—
22 Proposte tre linee rette, dellequalli le due, quale si uogliano, gionte insieme sieno piu longhe dell'altra, puotemo,con altre tre linee,a quel le equale constituire un triangolo.

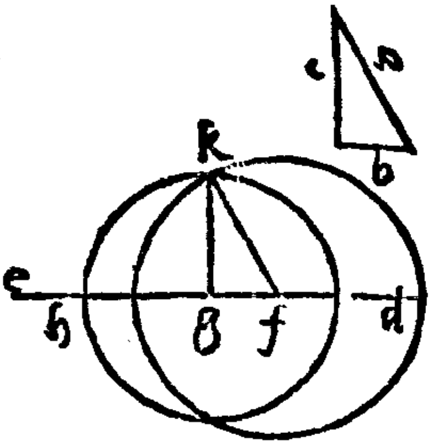


Siano le tre proposte linee.a.b.c.lequale siano cosi conditionate,che due,quale si uoglia di quelle,gionte insieme siano maggiore dell'altra, perche altramente nõ se potria di tre equale a quelle constituir triangolo (per la uigesima propositione.) adonque quando uorro cõstituir un triangolo di tre linee equale alle tre predette,facio la linea.d.e.allaquale dalla parte.e.non gli pono fin determinato,& dalla parte del.d.ne sego la parte.d.f. equale alla linea.c.(per la tertia propositione) & .f.g. equal al.b.& .g.h.equal al.a.& fatto il põto,f.centro descriuo il cerchio.d.K.secondo la quantità.f.d.et similmente fatto.g.cẽtro descriuo il cerchio.h.k.liquali duoi cerchi se intersegono in duoi ponti, l'uno di quelli è il põto.k.altramente seguiria che l'una delle tre linee seria maggiore,ouer equale alle altre due giõte insieme, che seria contra il presuppofito.hor dal ponto.k.tiro la linea.K.f.& la linea.K.g.et serà costituido,il triangolo. k.f.g.de tre linee equale alle tre proposite.a.b.c.perche le due linee.f.d.& .f.k.sono equale, perche ambedue uanno dal centro alla circonferẽtia del cerchio.d.k.e. perche la linea.c.è equale alla.d.f. per la prima concettione,serà etiam equale alla.f,k,lato del triangolo,similmente,g,h,& .g.k.sono equale,perche uanno dal centro alla circonferentia del cerchio.h.k.& .g.h.fu posto equale alla linea.a.adonque.g.k.serà equale alla linea.a.per la detta prima commune sententia,

sententia, ouero concettione, & perche, f, g, fu tolto equale alla linea, b, adonque li tre lati del triangolo, f, g, k, sono equali alle tre date linee, a, b, c, che è il proposito.

Problema. 9. Propositione. 23.

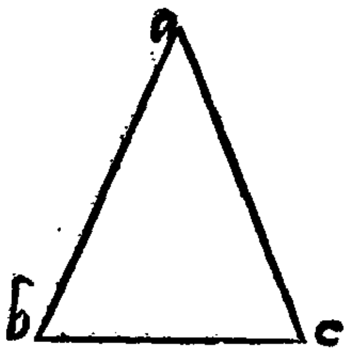
23/23 Data una linea retta, sopra un termine di quella, potemo designare un angolo rettilineo equale a qualunque angolo rettilineo proposto.



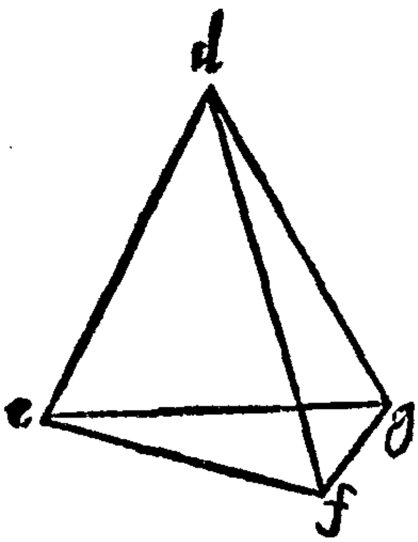
Sia data la linea, f, e, che è in la figura superiore, & siano le due linee che contengono il dato angolo, a, &, b, sotto alqual angolo tirarò la basa, c, desiderando io di fare sopra il ponto, f, della linea, e, f, uno angolo equale all'angolo dato. Agiongo alla linea, e, f, la linea, f, d, equale alla, a, & dalla linea, f, e, sego, ouer assegno, f, g, equale alla, b, & dalla, g, e, assegno etiam la, g, h, equale alla basa, c, & sopra li duoi ponti, f, &, g, descriuo li duoi cerchi, d, k, &, k, h, secondo la quantità delle due linee, f, d, &, g, h, liquali se intersegbano fra loro in ponto. K. si come mostra la precedente, e dutte le linee, K, f, &, k, g, seranno li duoi lati, k, f, &, f, g, del triangolo, K, f, g, equali alli duoi lati, a, &, b, del triangolo, a, b, c, &, la basa, g, K, equale alla basa, c, Adonque, per la ottaua l'angolo, k, f, g, serà equale all'angolo contenuto dalle due linee, a, &, b, che è il proposito.

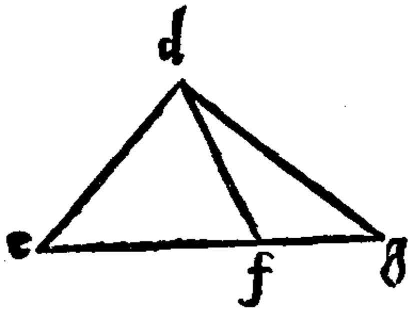
Theorema. 15. Propositione. 24.

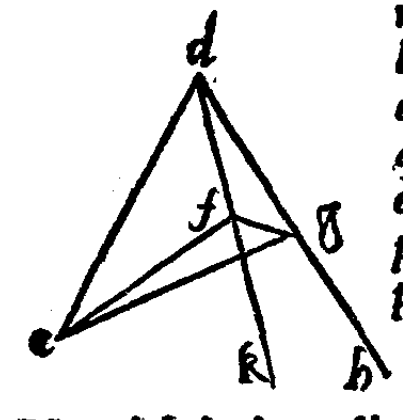
24/24 De ogni duoi triangoli, di quali li duoi lati dell'uno seranno equali alli duoi lati dell'altro se l'uno di duoi angoli contenuti sotto di quelli lati equali, serà maggiore dell'altro, Anchora la basa del medesimo serà maggiore della basa dell'altro.



Siano li duoi triangoli, a, b, c, &, d, e, f, & siano li duoi lati, a, b, &, a, c, equali alli duoi lati, d, e, d, f, cioè ciascun al suo relatiuo, a, b, al, d, e, &, a, c, al, d, f, & sia l'angolo, a, maggior dell'angolo, e, d, f, Dico che la basa, b, c, serà maggiore della basa, e, f, & per dimostrar questo farò l'angolo, e, d, g, per la dottrina della precedente equale all'angolo. a. (delqual l'angolo, e, d, f, ueraa esser sua parte, per esser minor di lui) e ponerò, d, g, equal al, a, c, ouer, d, f, e tirarò la linea, e, g, laqual transirà di sopra della linea, e, f, segando la linea. d. f. ouer sopra la medema linea, e, f, facēdo con quella una medesima linea, ouer di sotto di quella, hor poniamo primamente che la transisca di sopra la, e, f, segando la linea, d, f, (come appar nella prima figura) tirarò la linea, f, g, e serà costituito il triangolo, d, f, g, de duoi lati equali, perche ciascun di quelli è equal al lato, a, c, dilche l'angolo, d, f, g, serà equale all'angolo, d, g, f, per la quinta propositione, per laqual cosa l'angolo, d, f, g, serà maggior dell'angolo, e, g, f, parte dell'angolo, Per pcedētē *d,g,f,a lui equale, delche se l'angolo.d.f.g. da si è maggior dell'angolo,e,g,f, molto piu maggior serà tutto l'angolo e.f.g.del ditto angolo,e,g,f.donde seguita che'l lato.e,g,sia maggior del lato.e,f,per la decimanona propositione, hor dico che'l lato, e.g.si è equale alla basa.b.c.perche li duoi lati.a.b. & a.c.del triangolo,a,b,c,sono equali alli duoi lati,d,e,&,d,g,del triangolo,d,e,g,& l'angolo, e,d,g,fu posto equale all'angolo,b,a, c, onde, per la quarta propositione,la basa,e,g,serà equale alla basa,b,c, per laqual cosa se la.e.g.è maggiore alla,e, f, etiam la,b,c, a quella equale,serà maggiore della detta,e,f,che è il proposito. Ma se la, e,g, transirà sopra la medesima linea, e, f, (come in questa altra seconda figura appare) e siano insieme una medesima linea all'hora la,e,f,serà parte della e,g, adonque,per la ultima concettione, la,e,f,serà minor del e,g,che è il proposito. Ma se la,e,g,transisse di sotto della,e,f, (come in questa altra figura appare) siano slongate le due linee. d,f,&,d, g, (lequal sono equale) fina in K, & h, & per la seconda parte della quinta propositione, li duoi angoli che sono sotto alla basa,f,g,seranno equali,cioe lo angolo.K,f,g,serà equale all'angolo,f,g,h, del che tutto l'angolo,e,f,g,serà maggior del detto angolo,f,g,h, ma se l'angolo,e,f,g, è maggior del ditto, f, g, h, molto piu maggiore sera dell'angolo,f,g,e,parte di quello,adonque,per la decimaottaua propositione,il lato,e, g, serà maggior dell'ato, e, f. & per consequens, b,c,serà maggior de,e,f,che è il proposito. Questo ultimo membro si puoteua anchora prouare per la uigesimaprima, perche per quella in la dispositione della terza figura,le due linee.d,g,&,e,g,seranno maggiora delle due linee.d.f. & . f. e. & perche la d.g.è equale alla, d,f,(per questo che ambedue sono equale alla,a,c,)serà la,g,e,maggiore della,e,f,per laqual cosa etiam la,b,c,serà maggiore della medesima, e, f, che è il proposito, tamen è meglio dimostrar per il primo modo, accioche in ogni dispositione sia arguito per la quinta.*





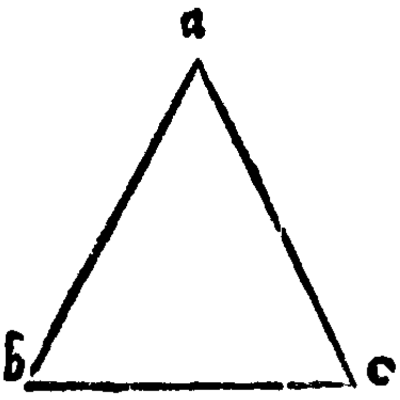


Theorema. 16. Propositione. 25.

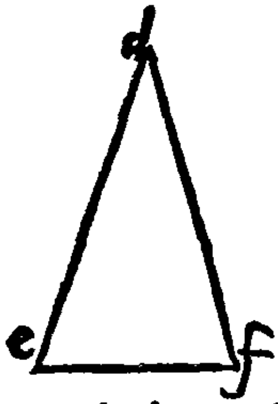
25 D'ogni dui triangoli,diquali li dui lati dell'un siano equali alli duoi
25 lati dall'altro, & che la basa dell'uno sia maggiore della basa dell'altro. Anchora l'angolo contenuto da quelli lati equali del detto triangolo (che ha la basa maggiore) serà maggior dell'angolo dell'altro triangolo contenuto delli medesimi lati.

Siano li duoi triangoli,a,b,c,& d,e,f,et siano li duoi lati,a, b,&,a,c,del primo equali

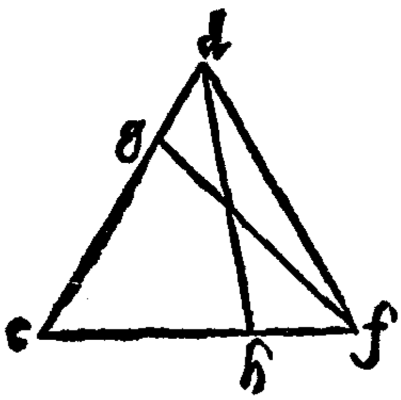
equali alli duoi lati,d,e,& ,d,f,del secondo,cioe ciascuno allo suo relatiuo, & sia la basa,b,c,maggiore della basa,e,f,dico che lo angolo a,serà maggiore dell'angolo d. questa è il conuerso della precedente, laqual cosa se dimostrerà in questo modo. Se l'angolo,a, non è maggiore, per l'aduersario, dell'angolo,d, serà adonque equale, ouer minor di lui, equale non puo essere,perche se cosi fusse,per la quarta,la basa,b,c,seria equale alla basa,e,f, che seria contra il presupposito,Ma dico che anchora el non puo essere minore, perche se l'angolo,a,fusse minore dell'angolo, d, la basa,b,c, seria, per la precedente,minor della basa,e.f. che seria molto contra il presupposito, adunque non possendo l'angolo, a, esser ne equale ne minor dell'angolo, d.glie necessario che sia maggiore,che è il proposito.



Theorema.17. Propositione.26.



26 De ogni duoi triangoli di quali li duoi an-
26 goli di l'uno serãno equali à duoi angoli di l'altro ciascuno al suo relatiuo,anchora che un lato dell'uno sia equale à un lato dell'altro, ò sia quel tal lato fra li duoi angoli equali oueramẽte opposito à uno de quelli,anchora li duoi restanti lati di l'uno seranno equali alli duoi restanti lati dell'altro,ciascuno al suo risguardante,ouer relatiuo,& similmente l'altro angolo di l'uno serà equale à l'altro angolo dell'altro.



Siano li duoi triangoli,a.b,c,& ,d,e,f,& sia l'angolo,b,equale allo angolo,e,& l'angolo.c.equal all'angolo,f, & sia el lato,b,c,equale al lato,e,f,ouer l'uno delli altri duoi lati, a,b,& a,c, sia equal a uno delli altri duoi lati,d,e,et,d,f,cioe uno di loro al suo relatiuo, cioe che,a,b,sia equale al d,e,ouer,a, c,al,d,f. Dico che li altri duoi lati dell'uno seranno equali alli altri duoi lati dell'altro, & l'altro angolo dell'uno serà equal all'altro angolo dell'altro,cioe l'angolo,a, serà equale all'angolo,d. Ponerò adunque primamente che lo lato, b,c, (sopra delquale giaceno li duoi angoli,b,c,) sia equale al lato, e,f, sopra del quale giaceno li duoi angoli,e,f,liquali sono stati posti equali alli detti duoi angoli,b.c.hor dico che'l lato,a,b,serà equale al lato,d,e,il lato,a,c,al lato,d,f.& l'angolo,a, al-l'ãgolo.d.Perche,se possibil sia per l'aduersario,che'l lato,a,b,nõ sia equale al lato d,e,l'uno di q̃lli serà adonque maggior,hor poniamo che'l lato,d,e,sia maggiore del lato,a,b,io segarò del lato,d,e,la parte,g,e, equali al lato,a,b,per la tertia propositione,e pdurò la linea,g,f,li duoi lati adõque,e,g,et,e,f,del triãgolo,e,g,f, son equa

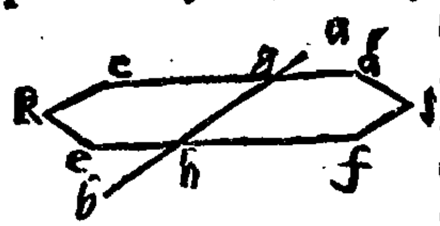
li duoi

li duoi lati.a.b. & .b.c. del triangolo.a.b.c. & l'angolo.a.b.c.è equale all'angolo g.e.f.dal prosupposito, per laqual cosa l'angolo.g.f.e.seria equale all'angolo.a.c.b. per la quarta propositione, & perche l'angolo.d.f.e.si è anchora lui equale al ditto angolo.a.c.b.dal prosuppposito per la prima concettione,serà etiam equale all'angolo.g.f.e. sua parte, che è impossibile, per l'ultima concettione, adonque.d.e.serà equale al.a.b. per la quarta propositione, il lato.d.f.sera etiam equale al lato.a.c. & l'angolo.d.all'angolo.a.serà equale,che è il primo membro della diuision proposita,Sia anchora li duoi angoli.b.& .c.equali alli duoi angoli.e.f.come prima, & sia lo lato.a.b.ilquale è opposito all'angolo.c.equale al lato.d.e.ilqual è opposito all'angolo.f.ilqual è posto equale all'angolo.c.dico che lato.b.c.serà equal al lato.e.f.& il lato.a.c.al lato.d.f. & l'angolo.a.all'angolo.d. & sel lato.e.f. non fusse equale al lato.b.c. per l'aduersario l'uno di loro serà maggior dell'altro.sia adonque.e.f.maggior del.b.c.c per tanto ponerò.e.h. equale al.b.c.per la tertia propositione, & produrò la linea.d.h. & serà constituido il triangolo.d.e.h. che li duoi lati.e.d.& .e.h. son equali alli duoi lati.b.c.& .b.a. del triangolo.a.b.c.e.l'angolo.e. si è equale al l'angolo.b. dal presupposito, dilche l'angolo.e.h.d.seriá equale a l'angolo.b.c.a. per la quarta propositione,e langolo.f.per esser equale anchora all'angolo.c.serà etiam equale all'angolo.e.h.d.per la prima concettione,laqual cosa è impossibile,per la sestadecima propositione, che l'angolo.e.h.d.estrinsico del triangolo.d.h.f.sia equale allo angolo.h.f.d.intrinsico,& opposito,adonque il lato.e.f.serà equale al lato.b.c. & similmente,per la quarta propositione,il lato.d.f.al lato.a.c.serà equale,e l'angolo.e.d.f.all'angolo.b.a.c.che è il secondo membro della proposita diuisione,dilche tutto il proposito serà manifesto.

Theorema.18. Propositione.27.

27/27 Se una linea retta caderà sopra a due linee rette, & facia li duoi angoli coalterni fra loro equali,quelle due linee seranno equidistante.

Sia come è la linea.a.b. laqual cade sopra le due linee.c.d.& .e.f. & sega la linea c.d. in ponto.g.& la linea.e.f.in ponto.h. & sia l'angolo.d.g.h. equale all'angolo.e.h.g.Dico che le dette due linee.c.d.& .e.f.sono equidistante, ma se possibile è per lo aduersario, che non siano equidistante,poniamo che protratte dalla parte.c.e.concorrano nel ponto.K.ouero dalla parte.d.f. nel pōto.l. & sia pur come si uoglia,che accaderà lo impossibile, per la decimasesta propositione, perche l'angolo estrinseco seria equale allo intrinseco, & opposito,perche uno delli detti angoli alterni,liquali sono posti equali,serà lo estrinsico,& l'altro serà lo intrinseco,perche concorrendo le due linee. d.c. et.e.f.in ponto.K.seria formato uno triangolo, che seria.g.h.K.& seria prodotto il lato.K.g.fina in.d. facendo l'angolo.h.g.d.estrinseco, ilquale è posto equale all'angolo.e.h.g.intrinseco,& opposito,laqual cosa è impossibile per la sopralegata propositione:e perche l'è impossibile che le due linee,protratte da qual parte si uoglia, cōcorrano,

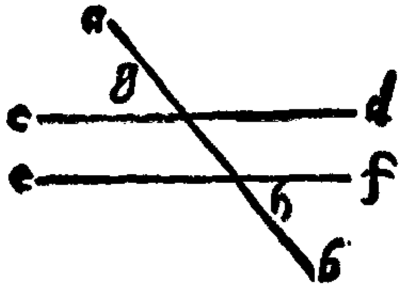


corrano, adonque seranno equidistante per la uigesima secunda diffinitione, che è il proposito.

Theorema.19. Propositione.28.

28/28 Se una linea retta uegnerà sopra a due linee rette, che l'angolo intrinseco causato da quella sia equal all'angolo estrinseco a se opposito, ouer che li duoi angoli intrinseci da una medesima parte siano equali a duoi angoli retti quelle due linee seranno equidistante.

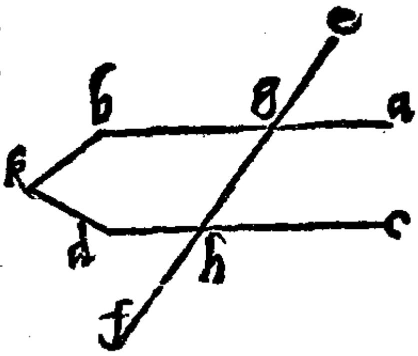
Sia come la linea.a.b.laqual sega le due linee.c.d. & .e.f. nelli duoi ponti.g.h. & sia l'angolo.g.estrinseco equale all'angolo.h.intrinseco, dalla medesima parte uerso.d.f. ouer che li duoi angoli.g.&.h.intrinseci, tolti dalla medesima parte, siano equali a duoi angoli retti. Dico che le due linee.c.d.&.e.f.sono equidistante, hor sia primamente l'angolo.d.g.a.equale all'angolo.f.h.g. & perche l'angolo.c.g.h. per la quinta decima propositione serà anchora lui equale all'angolo.d.g.e. per la prima concettione, serà etiam equale all'angolo.g.h.f. per la qual cosa la linea.c.d.è equidistante alla linea.e.f.per la precedente propositione, perche li angoli.g.h.f.&.c.g.h.alterni sono equali. Anchora siano li duoi angoli,d,g,h,&,f,h,g,equali a duoi angoli retti, & perche li duoi angoli,d,g,h,&,c,g,h,similmēte sono equali a duoi angoli retti, per la tertia decima propositione, l'angolo e,g,h,serà equale all'angolo,f,h,g,per laqual cosa le dette due linee,c,d,&,e,f, per la detta propositione precedente, seranno equidistante, che è il proposito.



Theorema.20. Propositione. 29.

29/29 Se una linea retta caderà sopra a due linee equidistante, li duoi angoli coalterni seranno equali, & l'angolo estrinseco serà equale allo angolo intrinseco a se opposito, & similmente li duoi angoli intrinseci constituidi dall'una e l'altra parte seranno equali a duoi angoli retti.

Siano le due linee.a,b,&,c,d, equidistante, sopra lequale cade la linea,e,f,segando quelle nelli duoi ponti,g,h, dico che li duoi angoli,g,h,coalterni sono equali, & che l'angolo,g,estrinsico si è equale all'angolo,h, intrinsico a se opposito tolto dalla medesima parte, & che li dui angoli,g,h, intrinsici tolti da una medesima parte sono equali, a duoi angoli retti, & questa è il conuerso delle due precedente, hor per dimostrar che l'angolo,b,g,h,è equale all'angolo,c,h,g,procederemo cosi, se l'angolo,b,g,h, non è equal all'angolo,c,h,g,l'uno de quelli serà maggiore, sia adonque maggiore lo angolo, c,h,g, & perche li dui angoli,c,h,g:g,h,d, sono equali



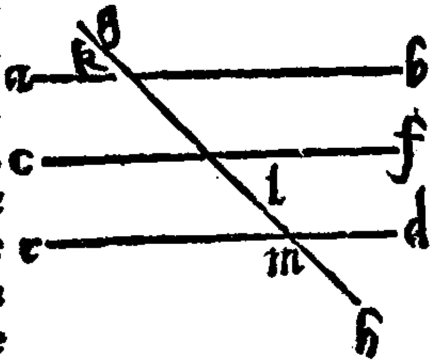
a duoi

a duoi angoli retti per la.13.propositione,& perche l'angolo,b,g,h, e minor del dit to angolo,c,h,g,ponendolo con lo angolo, d,h,g,in suma serano minori de duoi angoli retti, adonque se le dette due linee, a,b,&, c,d,seranno protratte dalla parte del,b,d,concorreranno ad alcuno ponto(per la quarta petitione)come seria al ponto,k,adonque non seriano equidistante(per la uigesima seconda diffinitione) che è contra il proposito,& perche questo è impossibile,seranno adonque li detti dui angoli,b,g,h,&,c,h,g,coalterni equali che è il primo proposito,& da questo si manifesta anchora il secondo; perche l'angolo,b,g,h, si è equale all'angolo,a,g,e,(per la quintadecima)adonque(per la prima concettione)l'angolo,a,g,e,serà etiam equale all'angolo,c,h,g,cioe lo estrinsico serà equale allo intrinsico a se opposito,ch'è il secondo proposito,dal qual similmente si manifesta il terzo,perche li dui angoli,a,g,e,&,c,h,g,sono equali,dandoli communemente l'angolo.a.g.h.la suma serà ambora equale,dilche li dui angoli.c.h.g.&.a.g.h.sono equali alli duoi angoli.a.g.h.&.a.g.e,& perche li dui angoli.a.g.e.&.a.g,h.(per la.13.) sono equali a dui angoli retti,adonque li dui angoli,a,g,h,&,c,h,g,seranno equali a dui angoli retti,che sono li duoi angoli intrinsici tolti dalla medesima parte uerso.e.a.che è el terzo proposito.

Theorema.21 Propositione.30.

30 Se due linee rette seranno equidistante a una medema linea, quelle

30 medesime seranno fra loro equidistante.



Siano le due linee.a.b.&.c.d.delle quale l'una & l'altra siano equidistante alla linea.e.f.Dico che queste due linee,cioe la,a.b.&.c.d.sono fra loro equidistante. Et questo è uero uniuersalmente, o siano le dette linee. a.b.&.c.d.in una medema superficie con la medesima linea.e.f.oueramente non (tamen in questo loco non se intende altramente, se non secondo che tutte siano in una superficie,& di quelle che sono in diuerse superficie si approua nella nona propositione del.11.che sono equidistante)hor adonque siano tutte tre in una superficie io tirarò la linea.g.h.segando le dette tre linee nelli tre ponti.k,l.m.& perche la.a.b.è equidistante alla.e.f.l'ãgolo.a.k,l.si è equale all'angolo.k.l.f.(per la prima parte della precedéte pche sono coalterni)e perche la.c.d.è etiã equidistante alla.e.f.l'angolo.f.l.K.(estrinsico)serà equale all'angolo.l.m.d.(intrinsico a se opposito,per la seconda parte della precedẽte)dilche se li duoi angoli.l.m.d.&.a.K.l.ciascunè equale all'angolo.k,l.f.(per la prima concettione)seranno etiam fra loro equali,per laqual cosa se l'angolo.a.k,l. è equal allangolo.l.m.d.le dette due linee.a.b.&.c.d.sono equidistante(per la uigesima settima propositione)perche li detti dui angoli sono coalterni,ch'è el proposito.

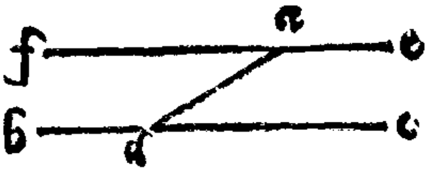
Questa mãca nel Cardano.

Problema.10. Propositione.31.

31 Da uno ponto dato fora di una proposta retta linea potemo condur

31 re una linea retta equidistante a quella linea proposta.

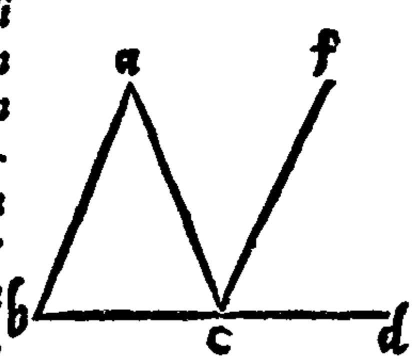
Sia



Sia il ponto.a. dato de fora della linea.b.c.dalquale bisogni tirare una linea equidistante alla linea.b.c. tirò la linea.a.d.cascante come si uoglia con la linea.b.c. cõstituendo l'angolo.a.d.c. & l'angolo.a.d.b.Et sopra el ponto.a. constituerò (per la dottrina della uigesima terza propositione) l'angolo.e.a.d.equale all'angolo.a.d.b.ouer l'angolo.f.a.d.equale all'angolo.a.d.c. (che darà quel medesimo) e perche li detti angoli sono coalterni, la linea.f.e.serà equidistante alla linea.b.c.(per la uigesima settima propositione) che è il proposito.

Theorema.22. Propositione.32.

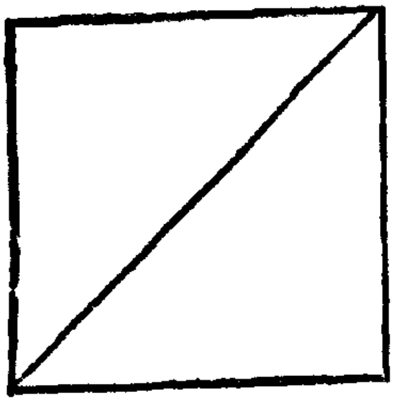
31 L'angolo estrinsico di ogni triangolo:d'un lato produto,è equale al-
31 li duoi intrinsici a lui oppositi, Et tutti li tre angoli intrinsici di quello è necessario esser equali a duoi angoli retti.

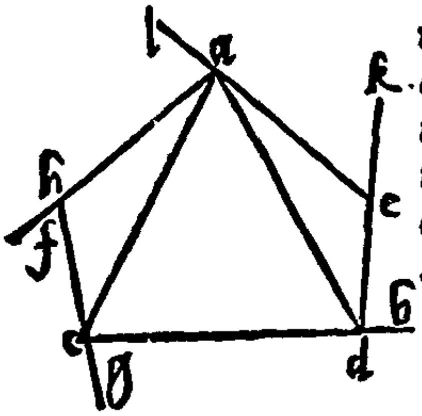


Sia el triangolo.a.b.c.e sia alongato el lato.b.c.fina in.d. dico che l'angolo a.c.d. estrinsico si è equale alli duoi angoli.a.&.b.intrinsici oppositi a se, insieme gionti,& che li tre angoli.a.b.c.del ditto triangolo.a.b.c.insieme gionti sono equali a duoi angoli retti e per dimostrar questo dal ponto.c. tirarò (per la dottrina della precedente) la linea.c.f.equidistante alla linea.a.b. & l'angolo.f.c.a.serà equale all'angolo,a,(per la prima parte della uigesima nona) perche sono coalterni,& l'ãgolo.f.c.d.estrinsico serà equale all'angolo.b.intrinsico (per la seconda parte della medesima uigesima nona propositione) perlaqual cosa tutto l'angolo.a.c.d.estrinsico si è equale alli duoi angoli.a.&.b.intrinsici a lui oppositi che el nostro primo proposito, & perche li duoi angoli.a.c.b.et.a.c.d.son equali a duoi angoli retti(per la terza decima propositione) adonque li tre angoli.a.b.et c.intrinsici del triangolo seranno equali a dui angoli retti che è il secondo proposito, et nota che per questa propositione è manifesto che tutti li angoli de ogni figura moltiangola tolti insieme sono equali a tanti angoli retti quanto è el numero ch'ella è distante dalla prima,duplicato uerbi gratia delle figure moltiangole, ouero poligonie la prima de tutte si è il triangolo,perche non si puo formar figura de rette linee de mancho de tre lati, perche con duoi linee rette non si puo constituire figura superficiale (per la ultima petitione) pero el triangolo è la prima figura de rette linee, la seconda figura si è il quadrilatero, la terza si è el penthagono, ouero figura de cinque lati & angoli & cosi ascendendo el numero delli lati ouero angoli a qual numero si uoglia; cauando di quello el numero binario el rimanente serà el numero dell'ordine della figura come esempli gratia de una figura da otto lati, & angoli per uoler el numero ordinario della detta figura caua de

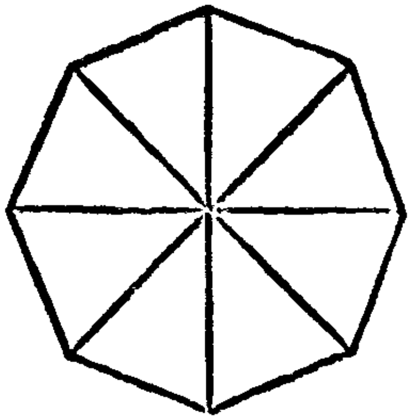
otto

otto duoi, per regola ferma resta sei, per lo numero ordinario della figura predetta adonque sei serà la sesta figura & cosi se procederà in ciascuna altra, dico adonque chel triangolo qual è la prima figura tutti li suoi angoli sono equali a duoi angoli retti, cioè a tanti angoli retti quanto è el doppio del numero ordenario della figura, che è uno per essere la prima, li quattro angoli d'uno quadrangolo seranno equali a quattro angoli retti, cioè al doppio del numero ordenario della figura laquale è duoi per esser la seconda el doppio de duoi si è quattro & li cinque angoli del penthagono che è la terza seran equali a sei angoli retti cioè al doppio de tre che è el numero ordenario della figura de cinque angoli & li otto angoli de una figura de otto lati seranno equali a duodeci angoli retti cioè al doppio de sei ch'è el numero ordinario de detta figura come de sopra fu detto & cosi uscirà in ciascun'altra figura de molto numero de angoli laqual cosa se manifesta della infrascritta causa perche qualunche figura tale si e diuisibile & resolubile in tanti triangoli quanto distarà dalla prima ouer quanto è el suo numero ordinario tirando le rette linee da qual uoi de soi angoli alli angoli oppositi & tutti li tre angoli de ogni triangolo di quella resolutione sono equali a dui angoli retti però se indupla el numero ordinario della figura, elqual numero deriua del numero delli triangoli componenti essa figura, el qual numero de triangoli sempre serà duoi, cioè duoi manco chel numero delli angoli, ouer lati de ditta figura: esempli gratia. Sia el penthagono. a. b. c. d. e. da l'angolo. a. di quello produrò le linee. a. c. & . a. d. alli duoi angoli. c. & . d. oppositi al ditto angolo. a. e. serà el ditto penthagono tutto risolto in li triangoli. a. b. c. a. c. d. Et. a. d. e. liquali sono tre, si come è il numero ordinario della detta figura, laqual, come di sopra dissi, è la terza, et perche li tre angoli di ciascun de ditti tre triangoli sono equali a duoi angoli retti, però se indoppia el numero de ditti triangoli, cioè el numero ordinario della figura che tre farà sei per el numero deli angoli retti a che se equaliano li cinque angoli de detta figura che è il proposito. Anchora puotemo proponere la medesima materia in questo altro modo dicendo che tutti li angoli de ogni figura poligonia ouero moltiangola equalmente tolti insieme, sono equali a tanti angoli retti quanto è il doppio del numero delli suoi angoli, trattone sempre quattro per regola cioè trattone quattro del doppiamento fatto, laqual cosa se dimostra cosi da un ponto tolto dentro di detta figura, a ciascun angolo de detta figura, siano tirate linee, tutta la detta figura serà resoluta in tanti triangoli quanto seranno li suoi angoli, come appar in la figura de otto angoli che è qui dentro, laqual è risoluta in otto triangoli che li tre angoli de cadauno sono equali a duoi angoli retti, però fra loro otto triangoli conteneranno sedeci angoli retti, delliquali sedeci quattro ne formano fra loro otto atorno al ponto che è de

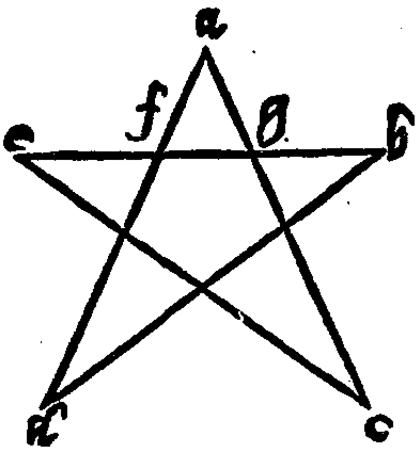




è de dentro della figura doue ciascun di loro terminano con uno angolo occupando tutto quello spacio che attorno al predetto ponto, ilquale spacio sempre se equalia a quattro angoli retti, come in fine della terciadecima propositione fu detto, & approuato adonque de quelli sedeci angoli retti ne caueremo quattro per regola, cioè per li quattro fatti attorno al ponto, resta duodeci per il numero dalli angoli retti a chi se equaliano li otto angoli della datta figura, che è il proposito. Anchora el se manifesta per le cose ditte che protrahendo ciascun lato



d'una figura moltiangolo tutti li angoli estrinsici gionti insieme se equaliano a quattro angoli retti che cosi se dimostrarà, sopra il penthagono.a.b.c.d.e.protratto il lato.a.b.fina in f. il lato.b.c.fin a.g. il tato.c.d.fin in.h.il lato.d.e.fin in.k.il lato.e.a. fin.in.l.hor dico che tutto l'angolo.a. intrinsico del penthagono con l'angolo estrinco sono equale a duoi angoli retti per la tertiadecima propositione, & per la medesima ragione li duoi angoli.b.intrinsico.&.b.estrinsico, & cosi de tutti li altri, perlaqual cosa li angoli.a.b.c.d.e. intrinsici & estrinsici seranno fra tutti equali a diece angoli retti, ma perche li cinque angoli del ditto penthagono son è quali a sei angoli retti, come di sopra fu demostrato. Adonque se delli detti diece angoli retti a chi se equaliano li predetti angoli intrinsici & estrinsici del penthagone cauaremo li sei, a chi se equalia li cinque angoli intrinsici, cioè quelli del penthagono resteranno quattro per li angoli estrinseci, cioè li angoli.b.a.l.c.b.f.d.c.g.e.d.h.&.a.e.k, adonque tutti li ditti angoli estrinseci del predetto penthagono si egualiano a quattro angoli retti, & cosi riuscirà in ciascun'altra figura poligonia che è il proposito.



Anchora è manifesto, che di ogni penthagono, delqual caduno lato sega dui delli altri lati, ha cinque angoli equali a duoi angoli retti.

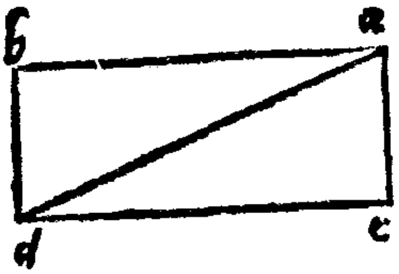
Sia il penthagono che se prepone.a.b.c.d.e. et conciosia chel lato.a.c.seghi lo lato.b.e.in ponto.g. & lo lato. a.d.seghi il medesimo in ponto.f.et l'angolo.a.f.g.serà equale alli duoi angoli.b.&. d.conciosia che quello sia lo estrinseco a quelli, in lo triangolo.f.d.b. Similmente l'angolo.f.g.a. sarà equale alli duoi angoli.c.&.e. conciosia che quello sia lo estrinsico a quelli in lo triangolo.g.c.e. ma li dui angoli.a.f.g.&.f.g.a.insieme con l'angolo.a.sono equali a duoi angoli retti. Adonque li quattro angoli b.d. & .c.e.insieme con l'angolo.a.sono equali a duoi angoli retti che è il proposito.

Theorema.23. Propositione. 33.

3 Se in la sommità de due linee equidistante, & di equal quantità, siano congionte due altre linee, quelle medesime seranno anchora equale, & equidistante.

Siano

Siano le due linee.a.b. & .c.d.equidiſtante & equale, dellequale cõgiongerò le ſue eſtremità per le linee.a.c. & . b.d. lequal dico eſſer equale, & equidiſtante. Et per dimoſtrar queſto io tirarò la linea.a. d. & perche le due linee.a.b. & .c.d.ſono

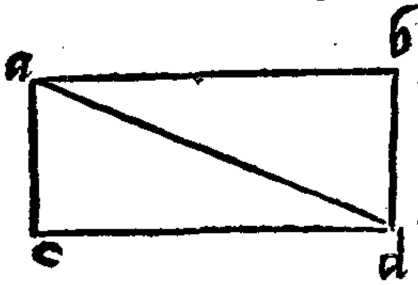


equidiſtante,dal preſuppoſito,l'angolo.b.a.d.ſerà equale allo angolo.a.d.c. per la prima parte della uigeſimanona propoſitione: & li duoi lati.a.b. & .a.d.del triangolo.b.a.d.ſono equali alli duoi lati.d.c.& .d.a.del triãgolo.d.c.a.et langolo.d.a.b.del primo ſi è equale all'angolo.a.d.c.del ſecondo. Adonque,per la quarta propoſitione,la baſa.b.d.del primo è equale alla baſa.a.c.del ſecondo,& l'angolo.a.d.b.del primo è equale all'angolo.d.a.c. del ſecondo, ma perche li ditti duoi angoli ſon coalterni,la linea.a.c.ſerà equidiſtante alla linea b.d.per la uigeſima ſeptima propoſitione, e perche prima fu approuato che le medeſime due linee,ouer baſe.a.c.& .b.d.ſon equale.l'un e l'altro propoſito è manifeſto.

Theorema.24. Propoſitione.34.

34 Ogni ſuperficie contenuta da lati equidiſtanti, ha le linee,& li ango
34 li contrapoſiti equali,& lo diametro diuide quella per mezzo.

Sia la ſuperficie.a.b.c.d.de lati equidiſtanti, cioè che la linea.a.b.ſia equidiſtante alla linea.c.d. ſimilmente la linea.a.c. alla linea.b.d.hor dico che le due linee. a. b.& c.d.ſono equale fra lor,ſimilmente le due linee.a.c.& .b.d.ſono etiam fra loro equale,cioe ciaſcun lato ſi è equale al ſuo oppoſito. Anchora dico che l'angolo.a.è equale all'angolo.d.a lui contrapoſito,ſimilmente l'angolo.b.è equale all'angolo,c, io tirarò il diametro,a,d,ilquale etiam diuiderà quella detta ſuperficie,a,b,c,d,per mezzo cioe in due parti equale, lequal coſe demoſtrerò in queſto modo,perche,a,b, &,c,d,ſon equidiſtãte dal preſuppoſito,li duoi angoli.b.a.d.et.c.d.a.ſon equali,p la prima parte della uigeſima nona propoſitione,perche ſono coalterni,ma perche anchora,a,c,&,b,d,ſono equidiſtanti li duoi angoli,c,a,d,&,b,d,a,ſon equali,per la detta uigeſimanona propoſitione,perche ſono coalterni,hor intendo li duoi triangoli.a.d.b.& .d.a.c.& perche li duoi angoli,a,&,d,del triangolo,a,d,b,ſon equali al



li duoi angoli.a.et.d.del triangolo d.a.c.& lo lato.a.d. ſopra delquale giaceno quelli angoli equali, in l'uno e l'altro triangolo e commune. Adonque per la uigeſima ſeſta propoſitione,lo lato.a.b.ſarà equale al lato.c.d.et ſimilmente lo lato,a,c, al lato,b,d,ſerà equale, etiam l'angolo.b.ſerà equale all'angolo.c.e perche li duoi angoli.a.ſono equali alli duoi angoli.d. come è dimoſtrato di ſopra adonque per la ſeconda concettione, tutto l'angolo.a. ſerà equale.a.tutto l'angolo.d.a lui contrapoſito.dico anchora che'l diametro.a.d.com'è detto di ſopra, diuide ditta ſuperficie in due parti equale perche.a.b.è equale al.c.d.& .a.d.è commune,adunque li duoi lati.a.b.et.a.d.del triangolo.a.b.d.ſono equali alli duoi lati.

d.c.

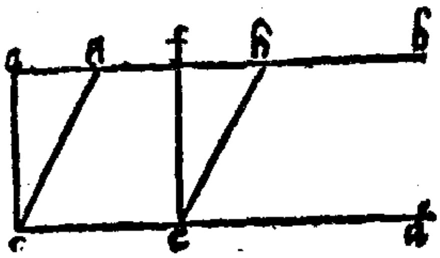
d.c.& .d.a del triangolo.d.a.c. & l'angolo d.a.b.è equale all'angolo. a.d.c. adunque per la quarta propositione, la basa.a.c.serà equale alla basa.b.d. etiam tutto il triangolo.a.b.d.serà equale a tutto il triangolo.a.c.d.che è il proposito.

Il Tradottore.

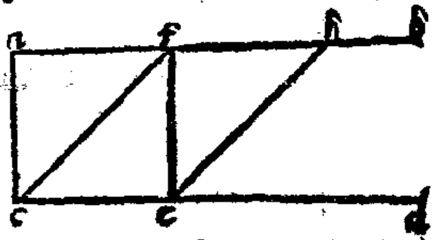
Bisogna notare che ogni superficie contenuta da linee equidistante è detta parallellogramma, e le specie di queste figure parallellogramme, ouer de lati equidistanti, sono solamente quattro, & queste quattro son quelle che furno diffinite in la uigesima prima diffinitione, cioe il quadrato, il tetragon longo, il rhombo, et il rhomboide.

Theorema.25. Propositione. 35.

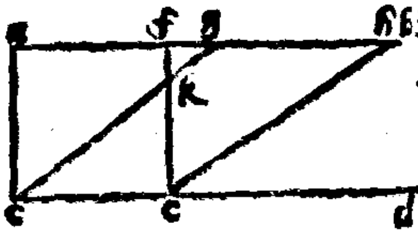
35/35 Tutte le superficie de lati equidistant i constituide sopra una medesima basa, & in medesime linee equidistante, sono fra loro equale.



Siano le due linee. a.b. & .c.d. equidistante intra lequale sia la superficie.a.c.f.e.de lati equidistanti, sopra la basa.c.e.& sopra la medesima basa & in tra le medesime linee sia l'altra superficie.g.c.h.e.similmente de lati equidistanti. Dico che le due predette superficie sono equale, laqual cosa se dimostrerà in questo modo. Perche l'una e l'altra delle due linee. a.f.& .g.h. sono equale alla linea.c.e. (per la precedente propositione) adonque per la prima concettione la linea.a.f.serà equale alla linea.g.h. dilche leuando, communemente ad ambedue la linea.g.f. remanerà le due linee.a.g.& .f.h.lequale seranno etiam fra loro equale (per la tertia concettione) anchora perche (per la precedente) il lato.a.c.è equale al lato f.e. & (per la seconda parte della uigesima nona propositione) l'angolo.h.f.e.è equale a l'angolo. g.a.c. cioe lo estrinsico allo intrinsico a se opposito, dilche li duoi lati.a.c. & .a.g. del triangolo.a.c.g.sono equali alli duoi lati.f. e.& .f.h.del triangolo.f.e.h.et l'angolo,c.a.g.dell'uno è equale a l'angolo e.f.h. adonque (per la quarta propositione) il triangolo,a,c,g,serà equale al triangolo.f. e.h. adonque giongendo a cadauno la irregular figura



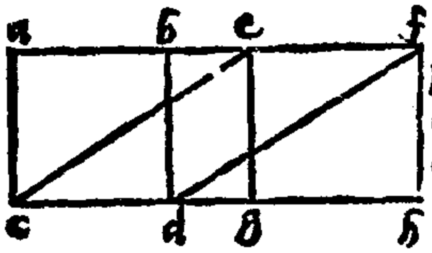
quadrilatera laquale è.g.c.f.e. (per la prima concettione) la superficie.a.c.f.e.serà equale alla superficie.g.c.h.e.che è il proposito, ma se la linea.c.g.della figura superiore andasse a terminare nel ponto.f.come in questa seconda figura appare.dico anchora che la superficie. f.e.h.e. è ~~equale alla superficie~~.a.c.f.e, che con la medesima augumentatione di sopra fatta se dimostra, perche per la medesima uia li duoi triangoli.f.a.c.& .f.e.h.sono fra loro equali, dilche aggiongendo a ciascun il triangolo.f. e.c, ~~La superficie.a.c.f.e.serà equale alla superficie~~.f.c.e.h. che è il proposito. Ma se per caso la linea.c.g, della prima figura andasse a terminare intra.f.& .h.come in qsta tertia figura appar. Similmente dico che la supficie.g.c.e.h.è equale alla super



ficie,a.c.f.e.che cosi se dimostrerà perche(per la propositione precedente)argumētando come de sopra fu fatto,la linea.a.f.serà equale alla linea.g.b.dilche aggionto a l'una e l'altra linea.f.g.serà etiam tutta la linea.a.g.equale a tutta la linea b.f.& per le medesime rason de sopra adutte il triangolo.a.g.c.serà equal al triāgolo.f.e.b.adonque aggionto l'uno e l'altro il triangolo,c,k,e, & detrattone poi il triāgoletto.g.k.f.da l'uno e dall'altro resterà in ultima la superficie.g.c.b.e.equale alla superficie,a.c.f.e.che è il proposito.

Theorema.26. Propositione.36.

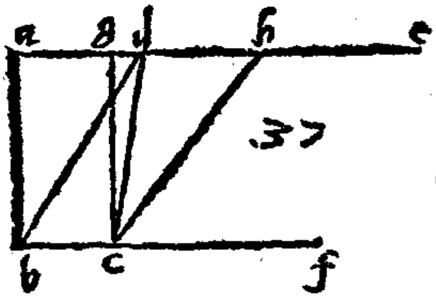
36/36 Tutte le superficie paralellogramme, costituide in base equale,& fra medesime linee paralelle,sono fra loro equale.



Siano adonque le due superficie.a.b.c.d.& .e.f.g.h. paralellogramme ouer de lati equidistanti costituide intra due linee equidistante,lequal son le due linee a.f.et c.h.e sopra equal base,lequal base son.c.d.& .g.h.dico che la superficie.a.b.c.d.le necessario che la sia equale alla superficie,e.f.g.h.laqual cosa se approuerà in questo modo,io tirarò le due linee.c.e.& .d.f.donde(per la trigesima tertia propositione)la superficie.c.e.d.f.serà de lati equidistanti,per questa rasone,perche.e.f.è equale,& equidistante al.c.d.perche l'uno e l'altro è equale al.g.h.seguita adonque(per la precedente) che l'una e l'altra delle due superficie.a.b.c.d.& .e.f.g.h.è equale alla superfic.e.c.e.d.f.dilche per la prima concettione seranno etiam fra loro equale,che è il proposito.

Theorema.27. Propositione.37.

37/37 Tutti li triangoli liquali sono constituidi sopra una medesima basa fra due medesime linee equidistante sono fra loro equali.

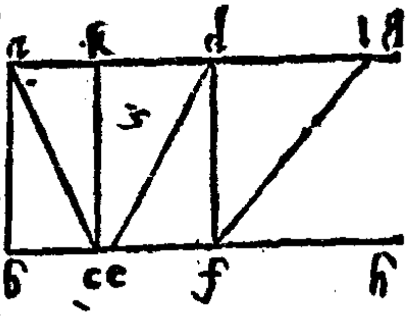


Siano li duoi triangoli.a.b.c.& .d.b.c.cōstituidi ambiduoi sopra la basa.b.c.& fra le due linee.a.e.& .b.f.lequal siano equidistante,hor dico che li ditti duoi triangoli.a.b.c.& .d.b.c.sono fra loro equali ,perche tirarò la linea.c,g, equidistante alla linea.b.a. similmente la linea.c.h.equidistāte alla linea.b.d.per la dottrina della trigesima prima propositione , & per la trigesima quinta propositione,le due superficie.a.b.c.g.& .d.b.h.c.seranno equale, & perche li duoi triangoli.a.b.c.& .d.b.c.sono la mittade di ciascuna di quelle (per lo correlario della trigesima quarta propositione) adonque li detti duoi triangoli sono etiam fra loro equali(per la settima concettione)che è il proposito.

Theore-

Theorema.28. Propositione.38.

38/38 Se duoi triangoli seranno constituidi sopra base equale,& fra medesime linee equidistante,seranno fra loro equali.

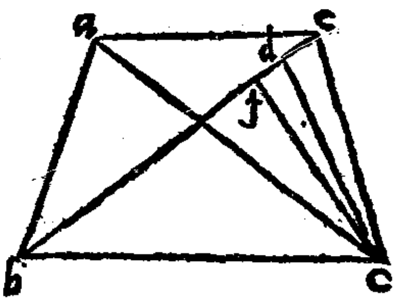


Siano li duoi triangoli.a.b.c.& .d.e.f. cōstituidi sopra le base.b.c.& .f.e. equale & fra le linee.a.g.& .b.h. equidistante, hor dico che li detti duoi triangoli sono fra loro equali. Et per dimostrar questo io tirarò la linea.c.K.equidistante alla linea.a.b. (lato del triangolo.a.b.c.) & similmente la linea.f.l.equidistante al lato.e.d.& le due superficie.a.b.c.K. & .d.e.f.l. seranno equale (per la trigesima sesta propositione) & perche li detti duoi triangoli sono la mità di ciascuna di quelle (per lo correlario della trigesima quarta propositione) dilche (per commune sententia) li detti duoi triangoli seranno equali, che è il proposito.

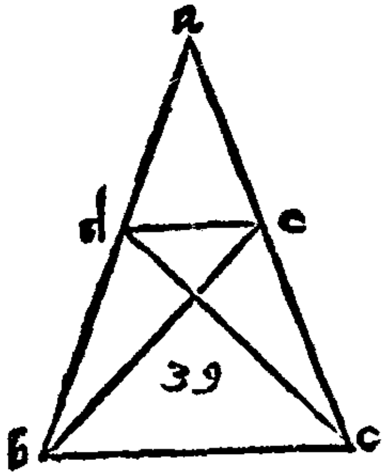
Theorema.29. Propositione.39.

39/39 Ogni duoi triangoli equali, se seranno constituidi sopra una medesima basa,e da una medesima parte,seranno fra due linee equidistante.

Siano li duoi triangoli.a.b.c.& .d.b.c. cōstituidi sopra la basa.b.c.da una medesima parte, & siano equali. Hor dico che questi duoi triangoli sono fra due linee equidistante. Questo è il converso della trigesima settima. Dal ponto.a.tirarò una linea equidistante alla basa.b.c.laquale se quella transirà,per il ponto.d.è manifestò il proposito. Se non quella transirà di sopra, ouer di sotto,transisca prima di sopra, & sia la.a.e.& produrò la linea.b.d.per fina a tanto che seghi la linea.a.e. in ponto.e.& tirarò la linea.e.c. Et perche il triangolo.e. b.c. è equale al triangolo a.b.c.(& per la trigesima settima propositione) Etiam lo triangolo d.b.c.fu posto equale al ditto triangolo.a.b.c. Adonque (per la prima concettione) lo triangolo.b.d.c.serà equale al triangolo.b.e.c.laqual cosa è impossibile, che la parte sia equale al tutto (per l'ultima concettione) dilche tirando dal ponto.a.una linea equidistante alla basa.b.c.nō puotrà transire di sopra dal ponto. d. Anchora dico che non pertransirà di sotto dal ditto ponto.d. & se pur fusse possibile (per l'aduersario) poniamo sia la linea,a.f.segante la linea.d.b.in ponto.f.io tirarò adonque la linea.f.c.e perche il triangolo.f.b.c.(per la trigesima settima propositione) si è equale al triangolo.a.b.c.similmente il triangolo d.b.c.fu posto equale al ditto triangolo.a.b.c.donde (per la prima concettione) il triāgolo.b.f.c.seria equale al triangolo.d.b.c.cioè la parte seria equal al tutto che è impossibile (per l'ultima concettione) adonq; perche la linea protratta



dal ponto.a.equidistante alla basa.b.c.non puo transire,ne di sopra, ne di sotto, dal lo ponto.d. seguita de necessitade,che quella trasisca per esso ponto d.ilquale è il proposito. Et tu debbi da notare che da questa, & dalla precedente ci manifesta che se

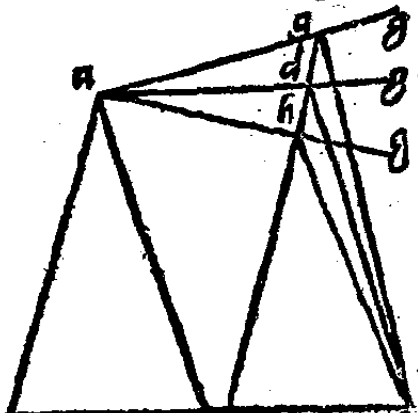


una linea retta segarà li duoi lati d'un triangolo in due parti equale quella tal linea serà equidistante al terzo lato, laquale cosa se dimostrarà in questo modo, sia il triangolo.a.b.c.che li duoi lati.a.b.&.a.c. di quello siano segati dalla linea. d.e. in due parti equale nelli duoi ponti,d.&.e. Dico che la linea.d.e.si è equidistante al. b.c.& per demostrar questo io tirarò nel quadrilatero. d.e.b.c. li duoi diametri. d. c.&.b.e.hor dico che'l triãgolo. d.e.b. per la trigesima ottaua propositione, serà equale al triangolo.a.d.e.perche sono sopra due base equale,perche la.d.b,è equale alla.d.a. dal prosupposito e ciascun di loro termina nel ponto.e.dal qual se puo tirar una linea che serà equidistante alla basa ouer linea.b.a.per la trigesima prima propositione,dilche se puo dir che sono etiam fra due linee equidistante,abenche la linea non gli sia tirata anchora per le medesime ragione il triangolo.c.e.d.serà equale al medesimo triangolo.a. d.e. dilche per la prima concettione, il triannngolo.d.e.b.serà equale al triangolo.d. e.c. liquali sono cõstituidi sopra la medesima basa.d.e.donde per la presente trigesima nona propositione, seranno fra due linee equidistante, adonque la linea, d.e. è equidistante alla linea.b.c.che è il proposito.

Theorema.30. Propositione.40.

40 Se duoi triãgoli equali seranno cõstituidi sopra equal base d'una me
40 desima linea,& da una medesima parte egli è necessario quelli esser contenuti fra due linee equidistante.

Siano li duoi triangoli.a.b.c.&.d.e.f.equali constituidi sopra le due base.b.c, & e.f.equale, lequal base sono d'una medesima linea,cioè b.f.& ambidui da una parte medesima,cioe uerso.a.et d.dico adonque li detti duoi triangoli esser fra due linee equidistante, e questa è il conuerso della trigesima ottaua,et se approua per quella medesima si come etiam la precedente per la trigesima settima,dal põto.a.sia tirata una linea equidistante alla.b.f.laquale se la transirà per il ponto.d. è manifestò il proposito,se nõ quella se la transirà di sopra,ouer di sotto come la.a.g.trãsisca prima di sopra, & sia produtta la. e.d. per fina a quella laqual sia. e.g. & sia tirata la linea. g. f. & per la trigesima ottaua, il triangolo. a. b. c. serà equale al triangolo.g. e. f. per la quale cosa il triangolo. d.

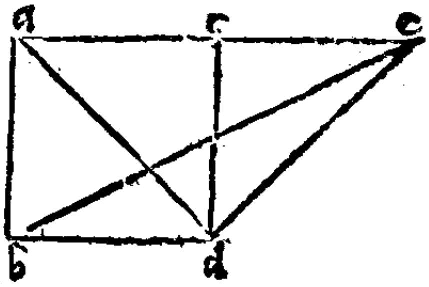


e.f.

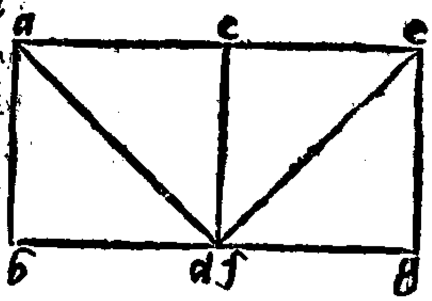
e.f.serà equale allo triangolo.g.e.f.cioe,la parte seria equale al tutto, laqualcosa è impossibile, adonque non transirà di sopra, transisca adunque di sotto, & seghi la linea.d.e.in ponto.h.& sia dutta la linea.f.h.& per la trigesimaottaua il triangolo. h.e.f.sirà equale al triangolo.a.b.c.per laqual cosa serà etiam equale al triangolo.d.e.f. cioe la parte al tutto, laqual cosa è impossibile.adonque perche quella non transirà se non per il ponto.d.è manifesto il proposito.

Theorema.31. Propositione.41.

41 Se uno paralellogrammo, & uno triangolo saranno constituidi in
41 una medesima basa,& in medeme linee equidistante, el paralellogrammo conuien esser doppio al triangolo.



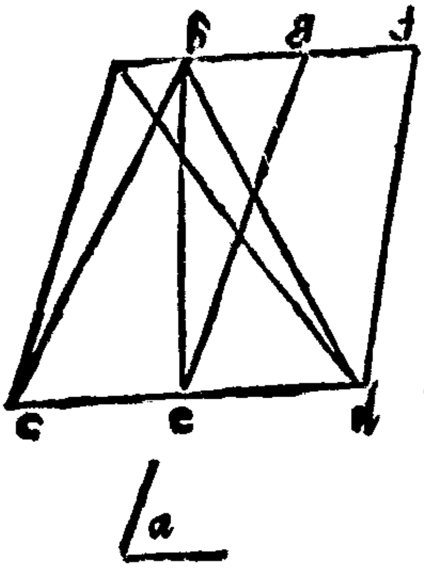
Sia il paralellogrammo.a.b.c.d. & lo triangolo.e.b.d.sopra la basa.d. fra le due linee.a.c.&.b.d.lequale siano equidistante. Dico che il paralellogrammo.a.b.c.d.è doppio al triangolo.e.b.d.& per questo io tirarò il diametro.a.d. ilquale diuide il detto paralellogrã mo in due parte equale,per lo correllario della trigesima quarta propositione, adonque il triangolo.a.b.d.serà la mitade del ditto paralellogrammo, & perche'l triangolo.e.b.d.è equale al triangolo.a.b.d. per la trigesima settima propositione,seguita adonque che'l triãgolo, c.b.d. sia etiam lui la mità del ditto paralellogrãmo.a.b.c.d.che è il proposito. Similmente tu potrai approuare che se un paralellogrammo & uno triangolo seranno constituidi sopra equal base, & fra medesime linee equidistante,il paralellogrammo serà etiam doppio al detto triangolo, laqual cosa Euclide non ha posto,perche liggiermente è manifesta da questa precedente, et dal correlario della trigesima quarta,& per la trigesima ottaua. Diuiso il paralellogrammo, per il diametro in duoi triangoli, & sopra la basa del paralellogrammo, fra le medesime linee equidistante constituido il triangolo, alquale il paralellogrammo serà doppio per il detto corelario,et esso triangolo serà equale all'altro,per la trigesimaottaua.



Problema.11. Propositione.42.

42 Puotemo designar una superficie de lati equidistanti, in un'angolo
42 equale a un'angolo assignato. & ch'essa superficie sia equale a un triangolo assignato.

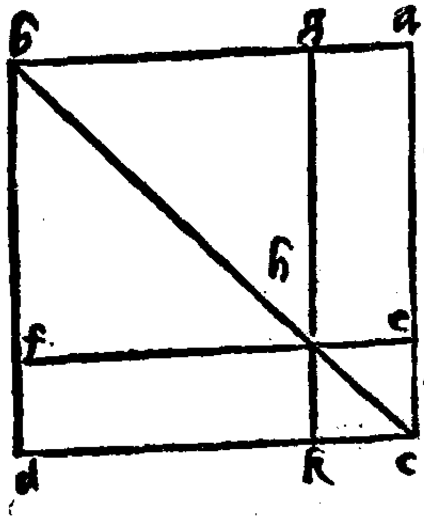
Sia lo assignato angolo.a.& lo assignato triangolo.b.c.d. uoglio descriuere una superficie de lati equidistanti, che sia equale al dato triangolo, b.c.d.& che duoi di suoi angoli contrapositi siano equali, al angolo, a, perche la non puo hauer uno angolo solo equale al angolo.a.(per la trigesima quarta propositione) diuido la basa.c.d. in due parti equale, per la decima propositione, in ponto.



e. tiro la linea.b.e.& dal ponto.b.condurò la linea.b.f. equidistante alla linea.c.d. & sopra il ponto.e.della linea.d.e.constituisco l'angolo.d.e.g.equale a l'angolo,a. (per la uigesima tertia propositione) e dal ponto.d.tiro la linea.d.f.equidistante alla linea.e.g.e serà constituido il paralellogrammo. g. e. f. d. ilquale contiene in se tutte le cose adimandate, perche il triangolo, b, c, e, è equale al triangolo.b.e.d.per la trigesima ottaua propositione, per esser la.c.e.equale alla e.d.adunque tutto il triangolo, b.c.d. uerrà a esser doppio al triangolo. b.e.d.ma perche il paralellogrammo.g.e.f.d.è anchora lui doppio al medesimo triangolo.b.e.d.per la precedẽte, perche ambiduoi sono sopra la basa.d.e.& in medesime linee equidistante, seguita adunque per la sista concettione, che'l ditto paralellogrammo sia equale al triangolo,b.c.d.per esser ciascun di loro doppi al triangolo. b.e.d.dilche hauemo descritto il paralellogrammo. g.e.f.d. equale al triangolo.b.c. d.assignato, & l'uno & l'altro di duoi angoli,g,e,d,&,f,g,di quello contrapositi sono equali all'angolo.a.assignato, che è il proposito.

Speculatione. 32. Propositione.43.

43/43 Li supplementi di quelli paralellogrammi che sono attorno del diametro di ogni paralellogrammo sono fra loro equali.

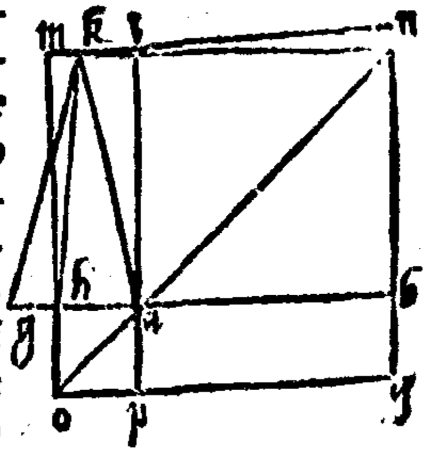


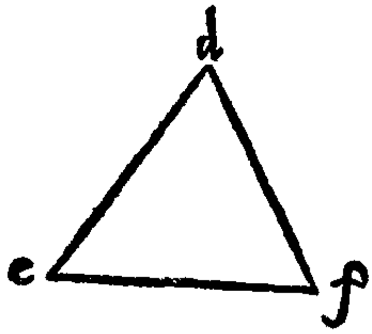
Sia il paralellogrammo,a, b,c,d, in lo quale tiro lo diametro,b,c,e similmente tiro la linea,e,f, equidistante a l'uno & l'altro delli duoi lati,a,b, &,c,d,laquale sega il diametro,b,c, in ponto,h,dal quale ponto,h,duco la linea.k.g.equidistante a l'un e l'altro lato, a,c,& b,d,talmente che quella sega l'uno & l'altro delli predetti lati,a,b,&,c,d,dilche tutto lo paralellogrammo, a,b,c,d,serà diuiso in quattro paralellogrammi,cioe,a, g, h, e: g,b,h,f: e,h,c,k: &,h,k,f,d, delli quali li duoi (cioe,e,c,k, h,&,g,b,h,f.) sono detti stare attorno il diametro,b,c,perche quello transisse per mezzo di loro, e pero sono attorno il diametro, li altri duoi paralellogrammi,cioe,a,e,g,h,& K,h,f,d,sono detti supplementi, & questi duoi supplementi sono equali l'uno & l'altro. Perche li duoi triangoli, a,b,c, &, c,d,b, sono equali per il correlario della trigesimaquarta. Similmente anchora li duoi triangoli,g,b,h,&,f,b,h,sono equali (per lo medesimo correlario della trigesima quarta propositione) & li duoi triangoli,h,c,e,&,k,h,c.Similmente sono equali per lo medesimo correlario. Adunque leuando uia li duoi triangoli,g,b,h,et,e,h,c, de tutto il triangolo,a,b,c,e similmente li duoi triangoli,b,f,h,& K,c,h,de tutto il triãgolo,

golo,b,c,d,seranno li duoi residui, per la tertia concettione, anchora fra loro equali,li quali residui sono li detti duoi supplementi,che è il proposito.

Problema. 12. Propositione. 44.

44 Proposta una linea retta, sopra quella puotemo designare una super
44 ficie de lati equidistanti, in uno angolo dato, & che essa superficie sia equale à uno triangolo asignato.

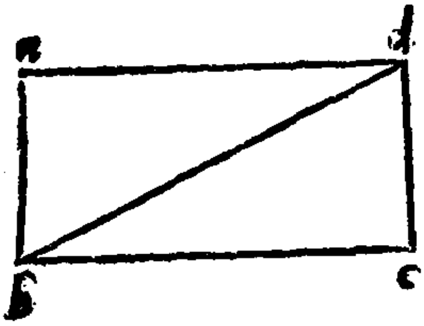




Sia la data linea,a,b,& il dato angolo,c,& lo dato triangolo,d,e,f,hor uoglio sopra la linea, a, b, designarli una superficie de lati equidistanti, talmente che la detta linea,a,b,sia un di lati di quella, & che l'uno e l'altro de duoi angoli contrapositi sieno equali all'angolo,c,dato, perche la non puo hauer un'angolo solo equale all'angolo, c,per la trigesima quarta propositione,& che tutta la predetta superficie sia equale al triã golo,d,e,f. Questa tal propositione è differente dalla quadragesima seconda in questo, che quì si da uno lato della superficie che se ha da descriuere: cioe la linea, a, b.ma in la detta quadragesima seconda nõ se ne da niuno,quando adonque uorro descriuerò questa tal superficie sopra la detta linea,a,b, gli aggiongo la linea,a,g, ad essa linea,a,b,in diretto a quella laqual pongo equale alla basa, e,f,del triangolo dato,sopra dellaquale linea,a,g,constituisco uno triangolo equale al dato triãgolo,d,e,f,et equilatero,laqual cosa faccio in questo modo. constituisco l'angolo,a,g,k,equale all'angolo, e, & l'angolo,g,a,k.equal all'angolo,f, (per la dottrina della uigesima tertia propositione) & perche la basa.g.a. fu posta equale alla basa,e,f,adonque il triangolo,g,a,k. per la uigesima sesta propositione,serà equale, & equilatero al triangolo,d,e,f,hor diuiderò la basa,g,a, in due parti equale in lo ponto,h, e tirarò la linea,K,h, & dal ponto,k,produrò la linea,m.k.n.equidistante alla linea.g.b. & per la trigesima ottaua propositione, il triangolo,a,h,k.serà equale al triangolo,g,h,K.hor sopra il ponto, a, con la linea, g,a,farò l'angolo,g,a,l,equale all'angolo,c, dato per la uigesima tertia propositione,& dal ponto,h,produrò,h,m,equidistante al,l,a,& serà cõstituido il paralellogrammo,m,h,l,a,fra le due linee,m,n,&,g,b,ilqual paralellogrammo, m, h,l,a, per la quadragesima prima propositione, serà doppio al triangolo, K, h, a, per laqualcosa serà etiam equale a tutto il triangolo,k.g.a. & similmente, al triangolo, d, e,f,proposto (per la prima concettione) tirarò adunque la linea,b,n,equidistante alla linea,l,a,per la trigesima prima propositione, constituendo il paralellogrammo,l,a, n, b. Anchora produco il diametro,n,a,ilquale tiro per fina a tanto che'l *concorra con la linea, m,b, anchora lei protratta in ponto,o, ilqual concorso approuaremo in fin di questa propositione, & dal ponto,o, tiro la linea, o, q, equidistante alla linea,b,b, & produco la linea,n,b, sina che la si intersegha con la linea,o,p, come fa in ponto.q. & serà constituido il parallelogrammo,m,o,n,q, hora slongarò la linea,l,a, per fin al ponto, p, dilche tutto il grande parallelogrammo serà diuiso in li quattro paralellogrammi,l,a,n,b,l,a,m,b,a,b,o,p,a,p,b,q. delli quali li duoi,l,a, n,b, & b,o,a,p, sono attorno al diametro,n,o, li altri duoi,m,b,l,a, & a,p,b,q, sono detti supplementi, liquali per la precedente propositione sono equali, & perche il triangolo,d,e,f, come di sopra fù dimostrato, si è anchora lui equale supplemente. m.b.l.a. serà etiam (per la prima concettione) equale all'altro supplemento.a.b.p. q. ilquale è cōstituido sopra la data linea.a.b. E perche l'angolo.b.a.p. per la quinta decima propositione, si è equale all'angolo.l.a.b. & l'angolo.c. dato si è equal al detto angolo.l.a.b. (perche cosi fu cōstituido) seguita adonque per la prima concettione, che l'angolo,b,a,p, sia equal al.c. dato. Eglie adonque manifesto, che sopra la linea,a,b, datta essergli descritta la superficie de lati equidistanti,a,b,p,q, equale al dato triangolo.d.e.f. & l'uno e l'altro di duoi angoli a,q, (contrapositi di quella) sono equali al dato angolo,c, come fu il proposito. Hor ci resta a prouar che producendo le due linee n.a. & . m.b. è necessario che se congiongano, come fu di sopra promesso, hor perche le due linee.n.b. & .m.b. l'una e l'altra è equidistante alla linea.l. a. seranno etiam per la trigesima propositione, fra loro equidistante, & per la tertia parte della uigesimanona, li duoi angoli.m.n.b. & .n.m.b. son equali a duoi angoli retti, & perche l'angolo.l.n.a. è menor de tutto l'angolo.m.n.b. per l'ultima concettione, adonque li dui angoli.n.m.b. & .m.n.a. gionti insieme seran minori di duoi angoli retti, seguita adōque per la quarta concettione, che slongarò le due linee.n.a.m. b. in quella parte l'è necessario che cōcorran insieme, laqual cosa era da demostrare.*

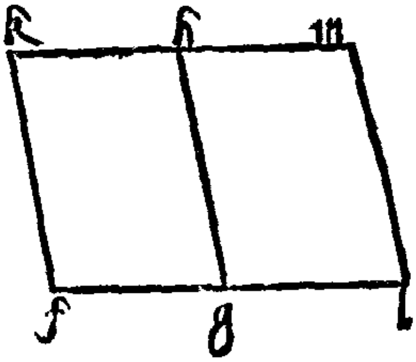
Problema. 13. Propositione.45.

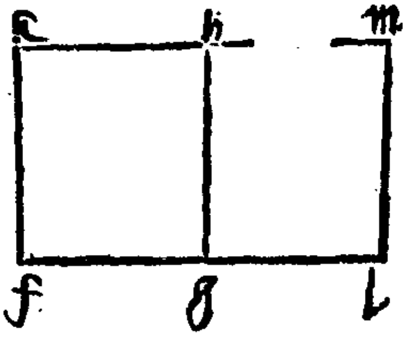
o/45 Puotemo constituir un Paralellogrammo, equal a un dato rettilineo in un dato angolo rettilineo.



Siano il dato rettilineo,a,b,c,d, & lo dato angolo rettilineo, sia.e. hor bisogna costruere uno paralellogrã mo equal al predetto rettilineo,a,b,c,d, ma che sia cosi conditionato che habbiamo uno angolo equale allo angolo.e. ma perche lui non ne puo hauere uno senza duoi cioe duoi contrapositi, per la trigesima quarta propositione, diremo adonque che habbia duoi angoli contrapositi equali al ditto angolo,e, & per concludere questa cosa farò in questo modo, tiro la linea,d,b, diuidendo il detto rettilineo in li duoi triangoli, a,b,d, & ,d,b,c, poi per la quadragesima seconda propositione, constituisco il paralellogrammo.f.k. b.g. equale al triangolo,a,b,d, hauente l'angolo.b.K.f. equale al dato angolo.e. & sopra

ſopra la linea, ouer lato,h,g, per la precedente propoſitione,conſtituiſco il paralel logrammo,h,g,m,l, equale all'altro triangolo,d,b,c,hauente l'angolo,m,h,g,equa le al predetto angolo. e.dato . Et perche li duoi angoli.f.k.h. & .h.m.h.g.a uno per uno ſono ſtati conſtituidi equali all'angolo.e.dato,dilche per la prima concettione,ſe ranno etiam fra loro equali. Et aggiongendo communamente a ciaſcun di loro l'angolo.g.h.k, per la ſeconda concettione, li duoi angoli.f.k.h.& .g.h.k.feranno etiam equali alli duoi angoli.g.h.k.& .g.h.m.ma perche li duoi angoli.f.k.h.& .k.h.g.per la tertia parte della uigeſimanona propoſitione ſono equali a duoi angoli retti li duoi angoli adonque. k, h. g.& .g.h.m.feranno etiam equali a duoi angoli retti, ſe guita adonque per la quartadecima propoſitione , che la linea.k.h.& . la linea.h.m.ſiano direttamente congionte inſieme et ſieno inſieme una ſol linea. che ſeria la linea.K.m.hor perche in le due linee. k.m. & .f.g.(lequale ſono equidiſtante) ſono ſegate dalla linea. h.g.li duoi angoli.h.g.f.& .m.h.g. alterni ſono equali (per la prima parte della uigeſimanona propoſitione)giongendoli communemente , all'uno e l'altro, l'angolo.h.g.l.li duoi angoli adonque. m.h.g.& . h.g.l. ſono equali alli duoi angoli.h.g.f.& .h.g.l.(per la prima cõcettione) et li duoi angoli.m.h.g.et.h.g.l. p la tertia parte della dit ta uigeſimanona Propoſitione,ſono equali a duoi angoli retti , ſeguita adonque che li duoi angoli. h.g.l.& .h. g.f.ſiano equali a duoi angoli retti, dilche le due linee.f.g.& .g.l. ſono indirette congionte,per la quarta decima propoſitione,& ſono fatte una ſol linea,che è la linea. f.l.Ma perche.f.k. (per la trigeſima quarta propoſitione) è equale alla.h.g. etiam equidiſtante,ſimilmente.m.l.è equale,& equidiſtãte alla medeſima.h.g.(per la tri geſima propoſitione).f.k.& .m.l.feranno etiam fra loro equale & equidiſtante,& le due linee.k.m.& .f.l.che le congiongano.(per la tregiſimaterza propoſitione),ſo no equale , & equidiſtante. Adonque tutto.k.f.m.l.è paralellogrammo.Et perche il paralellogrammo.K.f.h.g. fu conſtituido equale al triangolo.a.b.d.& ſimilmente il paralellogrammo.h.g.m.l.al triangolo.d.b.c. Adonque tutto il paralellogrammo.k.f.m.l. ſerà equale a tutto il rettilineo.a.b.c.d.& perche l'angolo.k.fu conſtituido equale all'angolo.e.dato , dilche hauemo conſtituido il paralellogrammo.k.f. m.l.equale al dato rettilineo a.b.c.d.etiam l'angolo.k.equal al dato angolo.e.che è il propoſito.





Il Tradottore.

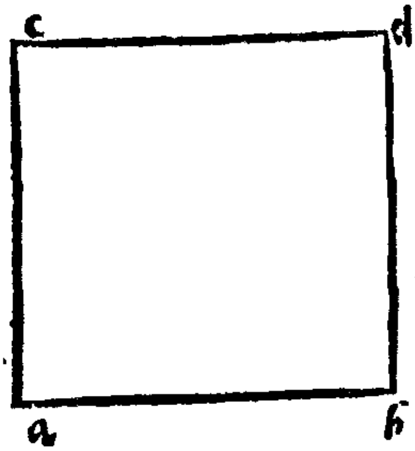
Biſogna notare qualmente il dato rettilineo, a,b, c,d, puo eſſere contenuto da linee equidiſtante , & non equidiſtante , etiam de piu di quattro lati , perche queſto nome rettilineo , è un nome generale , ſotto alquale ſe intende ogni ſpecie de figura contenuta da linee rette , per tanto ſe'l datto rettilineo fuſſe contenuto da

cinque

cinque lati quello se doueria risoluere in tre triangoli, & procedere come se fatto di sopra, cioè sopra la linea.l.m. cõstruerui il terzo triangolo (per la quadragesima quarta) & cosi se andaria procedendo quando che'l ditto rettilineo fusse contenuto da piu de cinque lati.

Problema.14. Propositione.46.

45/46 Da una data retta linea puotemò descriuere un quadrato.



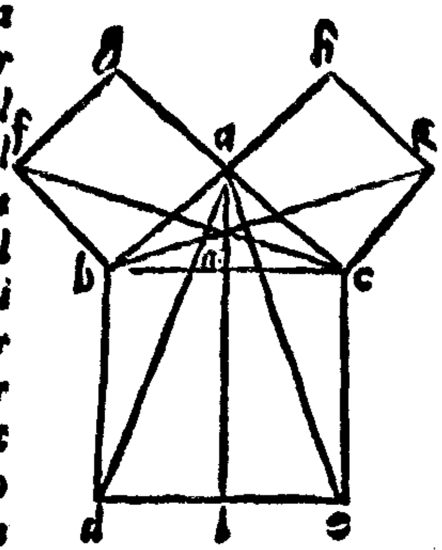
Sia la data retta linea.a.b.dellaquale uoglio descriuere il quadrato dalle due estremità, ouer ponti.a.&.b. della detta linea.a.b. per la undecima propositione, duco le due perpendicolare. a.c. & .b.d. sopra di quella laquale perpendicolare, per la ultima parte della uigesimaottaua propositione, sono equidistante, perche li duoi angoli.a.& . b. intrinsici sono ambiduoi retti (per la diffinitione ottaua,) hor facio l'una e l'altra di quelle, per la tertia propositione, equale alla medesima linea.a.b.poi tiro la linea.c. d. laqual serà ancor lei equale & equidistante alla linea.a.b.(per la trigesima tertia propositione) & perche li duoi angoli.a.&.b.sono retti, l'uno e l'altro delli altri duoi angoli.c.&.d. seranno etiam retti (per la ultima parte della uigesima nona propositione,ouer per la trigesima quarta propositione)adonque per la uigesima diffinitione.a.b.c.d.è quadrato che è il proposito. Anchora se poteua far in quest'altro modo, protratta che sia la linea.a.c.indefinita perpendicolare sopra.a.b.in ponto.a. et tagliata che sia la parte.a.c. (per la tertia propositione) equale alla ditta linea. a.b.tirando poi dal detto ponto.c.la linea indefinita.c.d.che sia equidistante alla linea.a.b.per la trigesima prima propositione,& di quella segarne la parte.c.d.(per la tertia propositione) equale alla linea.a.c. ouer.a.b. poi sia congionto il ponto.d. con lo põto.b.con la linea.d.b.laquale per la trigesimatertia propositione,serà equale alla linea.a.c. etiam equidistante, & tutti li angoli sono retti (per la trigesima quarta propositione)adonque la detta figura.a.b.c.d.si è quadrato,per la uigesima diffinitione che è il proposito.

Theorema.33. Propositione. 47.

46/47 In ogni triangolo rettangolo,lo quadrato che uien descritto dal lato opposito all'angolo retto,dutto in se medesimo,è equale alli duoi quadrati che uengono descritti delli altri duoi lati.

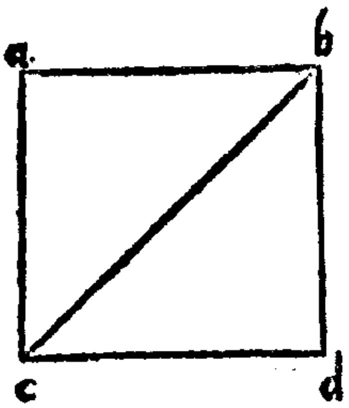
Sia il triangolo.a.b.c. dilquale l'angolo.a.sia retto, dico che'l quadrato del lato b.c.è equal al quadrato del,a.b.& al quadrato del.a.c.tolti insieme adonque quadrarò questi lati secondo la dottrina della precedente, e per il quadrato del.b.c.sia la superficie.b.c. d.e. & per il quadrato del.b.a.la superficie b.f.g.a.& per il quadrato

drato del a.c. la superficie.c.h.K.replico adonque & dico che il quadrato.b.c.d.e. è equale ad ambiduoi li quadrati.a.b.f.g.&.a.c.K.h.giõti insieme, e per dimostrar questo dall'angolo retto. a. produrò alla basa.d.e. del gran quadrato tre linee, cioe la linea.a.l. equidistãte al l'uno e l'altro lato.b.d.et.c.e.laqual segha il lato.b.c.in ponto.m. & la linea.a.e.& la linea.a.d.. Anchora delli altri duoi angoli.b.&.c.tiro alli duoi angoli di duoi quadrati minore le due linee.b.k.et.c.f.lequale se intersegan fra loro dẽtro lo medesimo triangolo.a.b.c. E perche l'una e l'altra delli duoi angoli.b.a.c.et.b.a.g. è retto seranno adonque le due linee. c.a. &.a.g. in diretto congionte, per la quarta decima propositione, & serano una linea sola, ch'è la linea.g.c.e per le medesime ragioni le due linee.b.a.&.a.h. seranno pur una sol linea, cioe la linea.b.h.perche li duoi angoli.c.a.b.&.c.a.h. son retti, perche adonque sopra la basa.b.f.et fra le due linee.f.b.et.g.c.è constituido il paralellogrammo, ouer quadrato.b.f.g.a.& il triangolo.b.c.f. per la.41.il paralellogrammo.b.f.g.a.serà doppio al ditto triangolo.b.f.c. & il triangolo.b.f.c. è equale al triangolo.b.a.d.per la quarta propositione, perche li duoi lati f,b,&,b,c,del primo son equali alli duoi lati,a,b, &,b,d,del secondo, perche,b,f,&,b,a,ciascuno è lato del quadro.b.f.g.a.pero son equali, similmente, li altri duoi, cioe,b,c,&,b,d, ciascuno è l'ato del gran quadrato,b,d,c,e, & per questo son anchora lor equali & l'angolo,b,del primo è equale all'angolo,b,del secondo perche l'uno e l'altro è composto d'un angolo retto, & dell'angolo,a,b,c,seguita adonque, per la ditta quarta propositione, che'l ditto triangolo.b.f.c.sia equal al ditto triangolo b,a,d, & perche il quadrato,b,f,g,a,è doppio (come è detto di sopra, al triangolo,b,f,c,) serà etiam doppia (per commune scientia) al triangolo.b.a.d, Ma perche il paralellogrammo,b,d,l,m,è anchora lui doppio al medesimo triãgolo,a,b,d,(per la quadragesima prima propositione) perche ambiduoi son cõstitui di sopra la basa,b,d,& fra le due linee,b,d,&,a,l,equidistante, seguita adonque, per la sesta concettione, che'l paralellogrammo,b,f,g,a,sia equale al paralellogrãmo,b,d,l,m,per esser ciascun di loro doppio al triangolo,a,b,d,Et per questo medesimo modo, & con le medesime propositione prouaremo che li duoi triangoli. K.b.c,&,a,e,c,sono equal fra loro, & lo paralellogrammo ouer quadrato, a, c, h, K, è doppio a l'un di loro, qual si uoglia, & similmente il paralellogrammo,c,e,l,m,serà pur doppio a qual si uoglia, seguiterà poi come di sopra, che'l paralellogrammo, c,e, l,m, serà equal al quadrato,a, c,K, dilche tutto il quadratto grande,b,c, d,e, per esser cõposto delli predetti duoi paralellogrammi,b,d,l,m,et,c,e,l,m,serà equale ad ambiduoi li predetti quadrati insieme gionti, che è il proposito.



Il Tradottore.

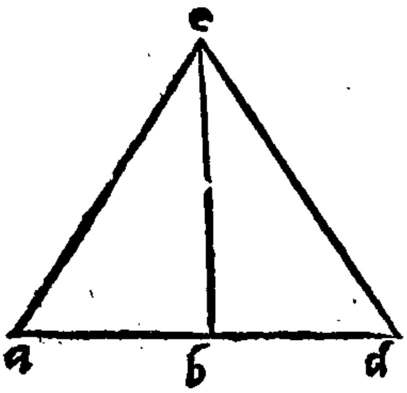
Da questa popositione si manifesta, che il quadrato del diametro di ciascuno quadrato è doppio al quadrato della sua costa, come, uerbi gratia, sia il quadrato a,b, c,d,



c,d, nelqual tiro il diametro,a,d, hor dico che'l quadrato descritto di sopra,a, d, per la precedente, serà doppio al quadrato descritto sopra la costa ouer lato,a,c, ouer sopra un delli altri tre lati, laqual cosa si dimostrerà in questo modo,perche il lato,a,c,è equal al lato,c,d, p la diffinitione del quadrato;et similmente l'angolo c, è retto adonque (per la presente propositione) il quadrato del lato,a,d, del triangolo,a,d,c, per esser opposito al l'angolo.c. che retto serà equale alli duoi quadrati delli duoi lati,a,c,et,c,d,liquali duoi quadrati seranno equali (per commune scientia) dilche essendo equale ad ambiduoi insieme (per cõmune scientia) serà doppia a un sol di quelli,perche uno uien a esser la mittà della somma de tutti duoi,per esser equali l'uno all'altro,e questo è quello che uuol inferire.

Theorema. 34. Propositione. 48.

47/47 Se il quadrato, che uien descritto da uno lato d'un triangolo, dutto in se medesimo serà equale alli duoi quadrati, che uengon descritti dalli dui restanti lati, l'angolo alqual è opposito quel tal lato è retto.



Sia il triangolo.a.b.c. & sia il quadrato del lato.a, c.equale alli duoi quadrati delli duoi lati.a.b.& .b.c.in insieme gionti. Dico che l'angolo.b.(alqual si oppone il detto lato.a.c.)è retto. E questa è il conuerso della precedente. Dal ponto.b.tiro la linea.b.d. per la undecima propositione,perpendicolare alla linea.b.c.e pongo quella equale alla linea.a.b.& produco la linea.c.d.Et perche l'angolo.d.b.c.è retto,il quadrato adonque del lato c.d.serà equale(per la precedente) alli duoi quadrati delli altri duoi lati.c.b. &.b.d. & perche.b.d.fu posta equale al.b.a.li loro quadrati(per commune scientia)seranno equali, perche sopra linee equale se descriueno quadrati equali,hor giongendo communemente a l'uno e l'altro delli detti duoi quadrati il quadrato della linea.c.b.due somme serãno equale,per la prima concettione,& perche una de queste due somme serà equale al quadrato della.a.c.l'altra serà equale al quadrato della.d.c.Adonque li quadrati delle due,a,c,&.d.c.seranno equali, & perche li quadrati equali sono contenuti de linee equale,per commune scientia,adonque la linea.c.serà equale alla linea.d.c.dil che li tre lati.a.b.a,c,&.c.b,del triangolo,a,b,c,sono equali alli tre lati.b,d,b,c,et c.d,del triangolo,d,b,c,seguita adonque,per l'ottaua propositione che l'angolo,a,b c,sia equale all'angolo,d,b,c,& perche l'angolo,d,b,c,è retto,serà etiam retto l'angolo.a.b,c.che è il proposito.

IL FINE DEL PRIMO LIBRO.